

Le filtrage Gm/C

Table des matières

1	Concepts de base	3
2	Les intégrateurs Gm/C	3
2.1	L'intégrateur idéal	3
2.2	L'intégrateur non idéal	4
2.2.1	Influence du gain en boucle ouverte du transconducteur	4
2.2.2	Influence des capacités parasites	5
2.3	Les intégrateurs différentiels	5
3	Les biquads Gm/C génériques	6
3.1	Structure du biquad à variable d'état générique	6
3.2	Les structures biquadratiques	7
3.2.1	Le biquad générique avec injection multiple de l'entrée	7
3.2.2	Le biquad générique avec sommation des variables d'état	8
3.3	Prise en compte des imperfections des transconducteurs	9
3.3.1	Modélisation du module élémentaire constitutif	9
3.3.2	Modélisation du premier biquad générique imparfait	10
3.3.3	Modélisation du second biquad générique imparfait	13
4	Synthèse des biquads passe-bas Gm/C	14
4.1	Un biquad compagnon Gm/C passe-bas	14
4.1.1	Equations de synthèse	15
4.1.2	Sensibilités aux composants passifs et actifs	17
4.2	Un second biquad compagnon Gm/C passe-bas	20
4.3	Le biquad normal Gm/C passe-bas	21
4.3.1	Sensibilités aux composants passifs et actifs	24
5	Synthèse du biquad passe-bande Gm/C	25
6	Synthèse du biquad résonateur passe-bas Gm/C	27
7	Synthèse des autres biquads Gm/C	28
7.1	Synthèse avec sommation des variables d'état	29
7.2	Synthèse des biquads passe-haut Gm/C	30
7.2.1	Réalisation avec condensateurs flottants	31
7.2.2	Réalisation avec sommation des variables d'état	32
7.3	Synthèse des biquads réjecteur et conformateur d'amplitude	33
7.3.1	Réalisation avec condensateurs flottants	33
7.3.2	Réalisation avec sommation des variables d'état	35

7.4	Synthèse des biquads avec numérateur complet	36
7.4.1	Réalisation avec condensateurs flottants	36
7.4.2	Réalisation avec sommation des variables d'état	39
7.5	Synthèse des biquads résonateurs passe-haut	40
7.5.1	Réalisation avec condensateurs flottants	40
7.5.2	Réalisation avec sommation des variables d'état	42
8	Synthèse des cellules d'ordre un Gm/C	43
8.1	Synthèse de la cellule passe-bas	43
8.2	Synthèse des cellules passe-haut	44
8.2.1	Réalisations avec condensateurs flottants	45
8.2.2	Réalisation avec sommateur	46
8.3	Synthèse des autres cellules d'ordre un	47
8.3.1	Réalisations avec condensateurs flottants	47
8.3.2	Réalisation avec sommateur	48
9	L'intégrateur Gm-OTA/C	49

1 Concepts de base

Le filtrage haute fréquence est requis dans de nombreuses applications, telles que la lecture/écriture sur les disques durs et les DVD, le filtrage intermédiaire (FI) des systèmes de télécommunication, le filtrage antirepliement et restitution des chaînes de conversion, ... , ainsi, les filtres actifs intégrés monolithiques temps continu font partie intégrante de la plupart des S.O.C. (System On Chip). Les deux techniques qui prévalent actuellement, sont le filtrage RC constitué de résistances, de condensateurs et d'amplificateurs opérationnels fonctionnant en boucle fermée, et le filtrage Gm/C constitués de condensateurs et d'amplificateurs de transconductances ([transconducteurs](#)

fonctionnant en boucle ouverte. Les avantages de la seconde technique sur la première sont principalement une réglabilité et une programmabilité plus aisées, une plus grande simplicité architecturale en terme de dispositif actif et une éventuelle tolérance plus grande aux dispersions technologiques (dans la mesure où on peut établir des corrélations statistiques entre les transconductances et les condensateurs [?]). Par contre, de part le fonctionnement des amplificateurs en boucle ouverte, les filtres Gm/C présentent de manière inhérente des non-linéarités plus fortes que les filtres RC, ainsi ils sont pratiquement toujours réalisés sous forme différentielle afin de s'affranchir structurellement des harmoniques de rang pair.

Du point de vue circuiterie, l'opération d'intégration pouvant être réalisée de manière efficace à partir d'un amplificateur de transconductance (éventuellement associé à un OTA) et d'un condensateur, les filtres Gm/C sont pratiquement toujours conçus à partir d'intégrateurs. Ces intégrateurs peuvent être interconnectés pour synthétiser une fonction biquadratique par l'intermédiaire d'un biquad, biquads qui sont ensuite cascades pour générer la [fonction de transfert](#)

désirée. Ils peuvent aussi être interconnectés pour simuler le fonctionnement d'une échelle passive RLC, par une structure leapfrog ou par simulation d'inductance.

2 Les intégrateurs Gm/C

2.1 L'intégrateur idéal

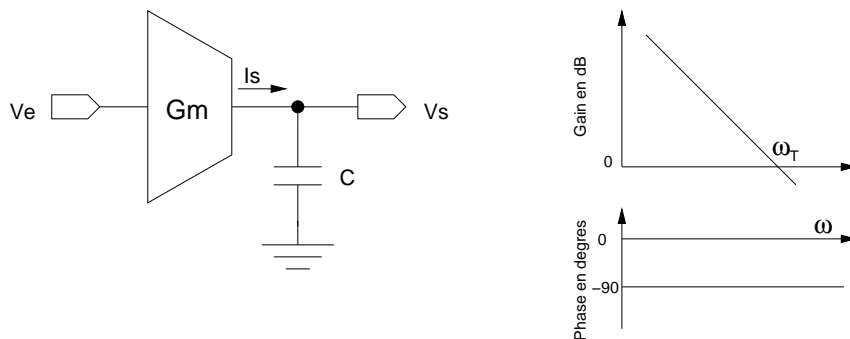


FIGURE 1 –

Intégrateur Gm/C idéal

Considérons l'intégrateur de la *figure 1*. L'amplificateur de transconductance étant

parfait, avec

$$I_s = G_m V_e$$

on peut directement écrire la fonction de transfert

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{G_m}{C p} = \frac{\omega_T}{p} = \frac{\omega_I}{p}.$$

La pulsation de transition ω_T , qui est par définition la pulsation de transition pour laquelle le module de la fonction de transfert est unitaire, peut être confondue avec ω_I qui est l'inverse de la constante de temps d'intégration τ_I . On notera qu'en terme de gain, l'intégrateur idéal est caractérisé par un gain statique infini, et qu'en terme de phase il est caractérisé par un retard de phase constant et égal à 90 degrés.

2.2 L'intégrateur non idéal

2.2.1 Influence du gain en boucle ouverte du transconducteur

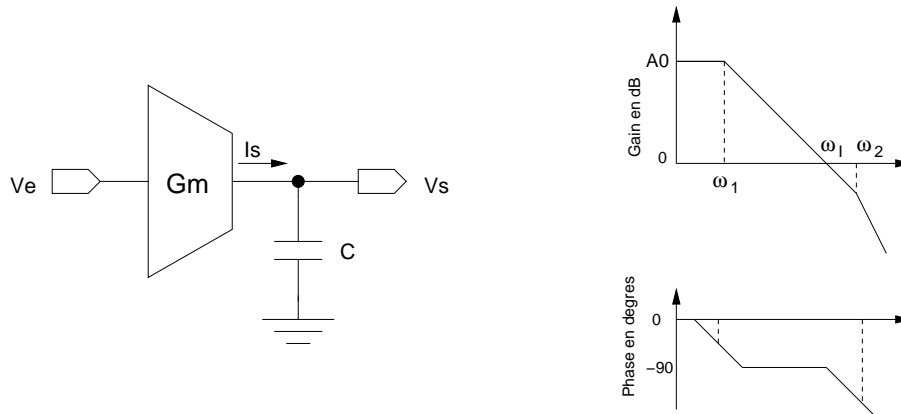


FIGURE 2 –

Intégrateur G_m/C non idéal

Structurellement, l'intégrateur G_m/C physique est un amplificateur de transconductance en boucle ouverte chargé capacitivement. Il est ainsi caractérisé par un gain statique fini A_0 et un ou deux pôles réels, respectivement ω_1 et ω_2 , étant attendu que le second pôle est normalement très loin de la pulsation d'intégration ω_I (*figure 2*). Ce faisant, l'intégrateur non idéal peut être modélisé par la fonction de transfert [?]

$$T(p) = \frac{A_0}{(1 + \frac{p}{\omega_1})(1 + \frac{p}{\omega_2})} \approx A_0 \frac{1 - \tau_2 p}{1 + \tau_1 p}.$$

En terme de spécifications sur l'amplificateur de transconductance, avec

$$A_0 = \frac{G_m}{G_s} \text{ et } \omega_1 = \frac{G_s}{C}$$

on peut écrire

$$T(p) = \frac{A_0}{\tau_1} \frac{1 - \tau_2 p}{\frac{1}{\tau_1} + p} = \frac{G_m}{C} \frac{1 - \tau_2 p}{\frac{1}{\tau_1} + p} = \frac{G_m}{C} \frac{1}{S}.$$

La phase de l'intégrateur réel dévie de sa valeur idéale (90 degrés) du fait du gain statique (conductance de sortie non nulle) et du fait de la présence d'un pôle secondaire ω_2 , telle que

$$\phi(\omega) = -\arctan\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right) = \frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{\omega_1}{\omega}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right) = \frac{\pi}{2} + \Delta\phi(\omega).$$

Au voisinage de ω_I , avec $\omega_1 \ll \omega_I \ll \omega_2$ (ce qui est normalement le cas), les imperfections de l'amplificateur de transconductance génère une erreur de phase

$$\Delta\phi(\omega) \approx \frac{\omega_1}{\omega_I} - \frac{\omega_I}{\omega_2}.$$

On notera que la condition de compensation formelle

$$\omega_I = \sqrt{\omega_1\omega_2} \text{ soit } A_0 = \frac{\omega_2}{\omega_I}$$

est illusoire, de part le peu de corrélation espérée entre un gain statique, fonction d'une conductance de sortie, et un pôle secondaire, fonction d'une capacité, compte tenu des dispersions technologiques, des variations des tensions d'alimentation et des dérives de la température (dérives P.V.T.) [?].

On notera également, que l'intégrateur Gm/C non idéal peut être caractérisé par un coefficient de qualité fini ayant pour valeur

$$Q_I = \frac{X(\omega)}{R(\omega)} = \frac{\omega(\tau_1 + \tau_2)}{1 - \omega^2\tau_1\tau_2} \approx \omega\tau_1 \approx \frac{1}{A_0} \Big|_{\omega=\omega_I} \text{ si } \omega_2 \longrightarrow \infty .$$

2.2.2 Influence des capacités parasites

Lors de la conception d'un filtre Gm/C haute fréquence, on doit impérativement tenir compte des différentes capacités parasites [?]. Celles-ci apparaissent normalement en parallèle avec le condensateur d'intégration, et correspondent aux capacités structurelles de la plaque inférieure et supérieure du condensateur intégré, aux diverses capacités de routage, aux capacités actives de sortie (essentiellement jonction) du transconducteur et aux capacités actives d'entrée des transconducteurs suivant l'intégrateur, ces dernières pouvant être importantes de part l'effet Miller inhérent à certaines architectures. Si théoriquement, toutes les capacités parasites peuvent être absorbées par la capacité d'intégration, il n'en demeure pas moins qu'elles peuvent en représenter une grande partie et qu'elles ne sont préalablement connues qu'avec une précision limitée. D'autre part, en étant statistiquement décorrélées elles peuvent dégrader l'appariement entre les intégrateurs, et étant partiellement par nature non-linéaires, elles peuvent avoir un effet non négligeable sur les distorsions.

2.3 Les intégrateurs différentiels

Les structures de filtrage Gm/C sont pratiquement toujours différentielles. Sur le premier schéma de la *figure 3*, la charge capacitive est référencée, alors que sur le second, la charge est flottante. De part le principe du **demi-circuit**

en terme d'aire capacitive, si la version charge différentielle est deux fois plus performante, elle est pratiquement moins utilisée que la première, qui charge capacitivement et identiquement le mode différentiel et le mode commun du circuit, participant ainsi notablement à la stabilité de ce dernier. On notera d'autre part, que la dissymétrie

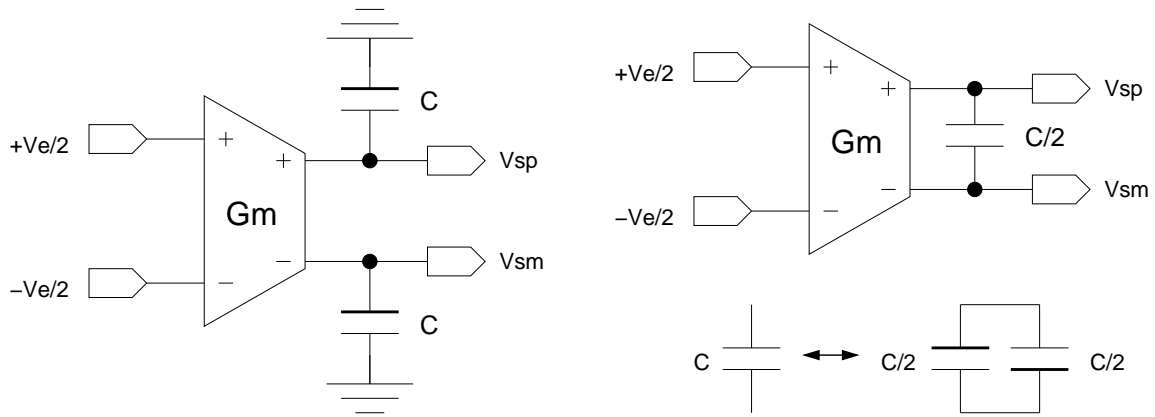


FIGURE 3 –

Intégrateurs G_m/C différentiels

des capacités parasites sur les armatures des condensateurs impose un dédoublement et un montage en antiparallèle. L'armature basse du condensateur qui est affectée par la capacité parasite plaque inférieure-substrat, normalement très supérieure à la capacité parasite plaque supérieure-substrat, est représentée par un trait gras. On notera que la sortie d'un intégrateur est normalement directement connectée sur l'entrée d'un autre intégrateur, la tension de sortie du premier est aussi la tension d'entrée du second. Ainsi, le circuit de contrôle du mode commun inévitablement associé à tout intégrateur différentiel doit donc être très performant en terme de régulation de la tension statique de sortie en présentant une faible tension de décalage sur le mode commun.

3 Les biquads G_m/C génériques

3.1 Structure du biquad à variable d'état générique

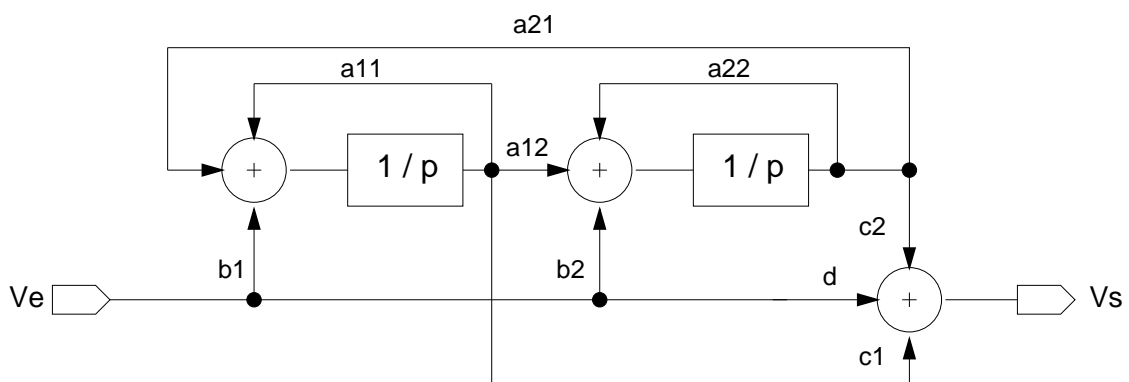


FIGURE 4 –

Structure du biquad à variable d'état générique

Le schéma de la *figure 4* correspond au graphe de fluence générique d'un dispositif à variable d'état synthétisant une fonction de transfert biquadratique à partir de l'opérateur intégration. En effet, avec

$$\begin{aligned} p[X] &= [A][X] + [B] Ve \\ Vs &= [C][X] + d Ve \end{aligned}$$

$$T(p) = [C] (p[I] - [A])^{-1} [B] + d$$

et pour l'ordre deux

$$[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

et

$$[B] = [b_1, b_2]^T$$

et

$$[C] = [c_1, c_2]$$

on détermine

$$T(p) = \frac{(c_1 b_1 + c_2 b_2)p + b_1(c_2 a_{21} - c_1 a_{22}) + b_2(c_1 a_{12} - c_2 a_{11})}{p^2 - (a_{11} + a_{22})p - a_{12} a_{21} + a_{11} a_{22}} + d.$$

On peut ainsi synthétiser toutes les fonctions du second ordre nécessaires à la réalisation d'un filtre quelconque par une mise en cascade de sections biquadratiques (biquads). On notera que selon la forme de la matrice d'état :

$$[A_F] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & 0 \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad [A_G] = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad [A_H] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

le biquad réalisé est de type "compagnon" (les deux premières matrices compagnes) ou de type "normal" (la troisième matrice normale).

3.2 Les structures biquadratiques

3.2.1 Le biquad générique avec injection multiple de l'entrée

Le biquad fonctionnel de la *figure 5* est une transcription Gm/C du graphe représenté sur la *figure 4* sans les transmittances réalisant la sommation des variables d'état. Les entrées b_i du vecteur colonne sont partiellement réalisées capacitivement, afin de générer un terme du second degré au numérateur. Ce faisant la fonction de transfert synthétisée en V1 et en V2 est biquadratique, et même sans sommation des variables d'état elle prend la forme

$$T(p) = \frac{n_2 p^2 + n_1 p + n_0}{d_2 p^2 + d_1 p + d_0}.$$

Ainsi, en V1 elle a pour numérateur

$$\begin{aligned} n_2 &= C_{01}(C_{02} + C_2) \\ n_1 &= K_{01}Gm_{01}(C_{02} + C_2) + Gm_{22}C_{01} - K_{21}Gm_{21}C_{02} \\ n_0 &= K_{01}Gm_{01}Gm_{22} - K_{02}Gm_{02}K_{21}Gm_{21}, \end{aligned}$$

alors qu'en V2, elle a pour numérateur

$$\begin{aligned} n_2 &= C_{02}(C_{01} + C_1) \\ n_1 &= K_{02}Gm_{02}(C_{01} + C_1) + Gm_{11}C_{02} - K_{12}Gm_{12}C_{01} \end{aligned}$$

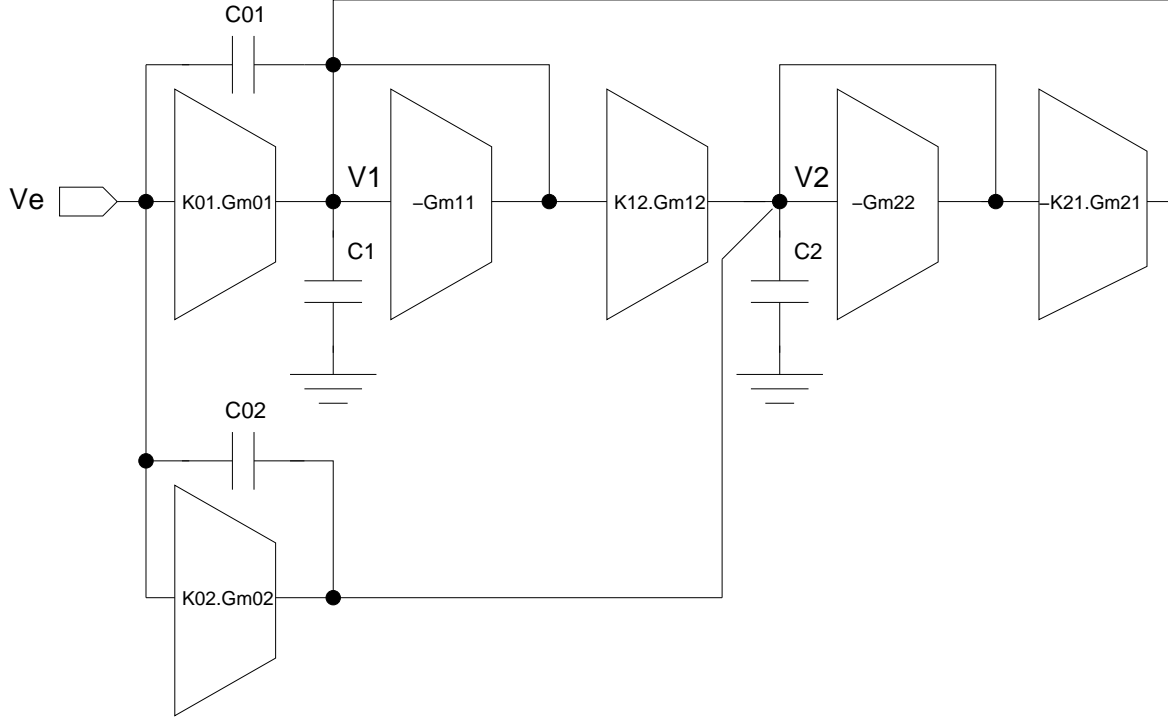


FIGURE 5 –

Biquad Gm/C générique avec injection multiple de l'entrée

$$n_0 = K_{02}Gm_{02}Gm_{11} + K_{01}Gm_{01}Gm_{12},$$

quant au dénominateur, il s'écrit

$$\begin{aligned} d_2 &= (C_{01} + C_1)(C_{02} + C_2) \\ d_1 &= Gm_{22}(C_{01} + C_1) + Gm_{11}(C_{02} + C_2) \\ d_0 &= Gm_{11}Gm_{22} + K_{12}Gm_{12}K_{21}Gm_{21}. \end{aligned}$$

On notera que les transconducteurs d'amortissement Gm_{11} et Gm_{22} peuvent, dans certains cas, être simplement remplacés par des résistances de valeur respective $1/Gm_{11}$ et $1/Gm_{22}$.

3.2.2 Le biquad générique avec sommation des variables d'état

Le biquad fonctionnel de la *figure 6* est une autre transcription Gm/C du graphe représenté sur la *figure 4*, les coefficients du premier et du second degré du numérateur sont formés par sommation des variables d'état. Les fonctions réalisées en V1 et V2 étant respectivement les fonctions passe-bande et passe-bas, la fonction de transfert synthétisée en Vs s'écrit

$$\frac{V_s}{V_e} = -\frac{K_{03}Gm_{03}}{Gm_{33}} \frac{p^2 + \left(\frac{Gm_{11}}{C_1} + \frac{K_{13}Gm_{13}}{K_{03}Gm_{03}} \frac{K_{01}Gm_{01}}{C_1}\right)p + \frac{Gm_{12}Gm_{21}}{C_1C_2} + \frac{K_{23}Gm_{23}}{K_{03}Gm_{03}} \frac{K_{01}Gm_{01}Gm_{12}}{C_1C_2}}{p^2 + \frac{Gm_{11}}{C_1}p + \frac{Gm_{12}Gm_{21}}{C_1C_2}}.$$

Ce second biquad générique, évitant l'utilisation de condensateur flottant, permet principalement, de s'affranchir des capacités parasites structurelles de la plaque inférieure,

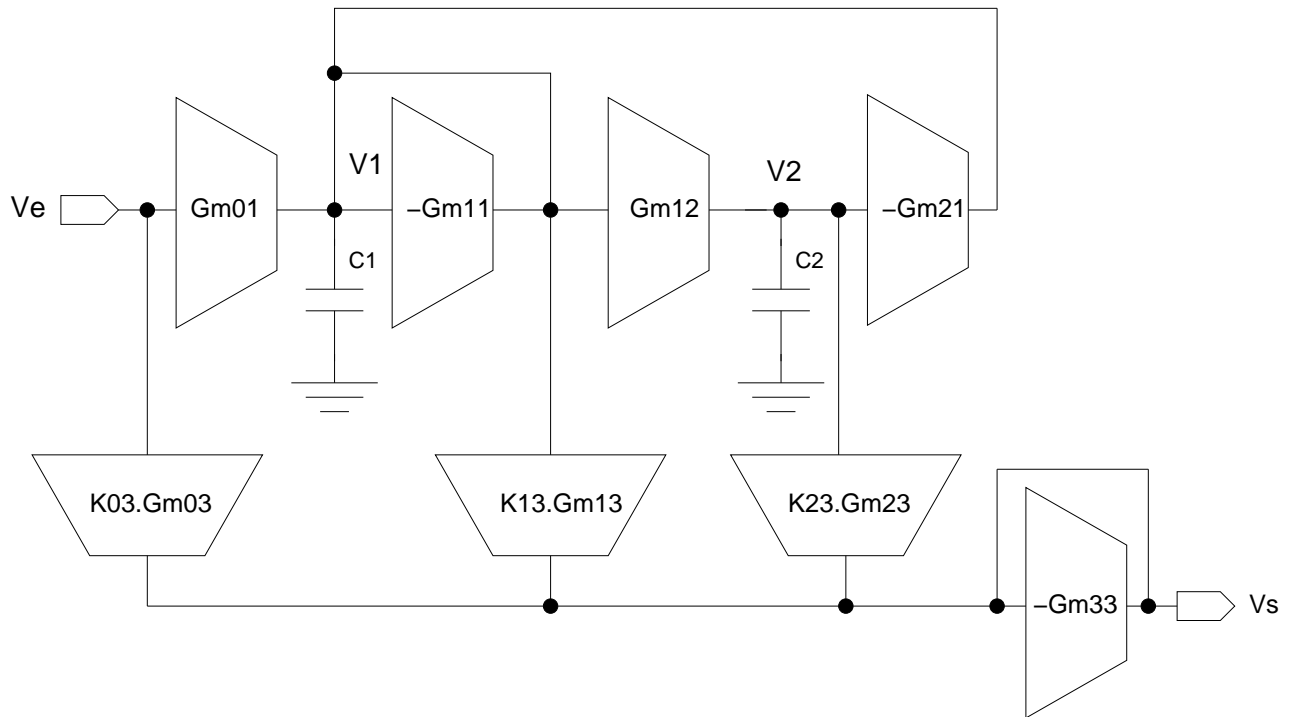


FIGURE 6 –

Biquad Gm/C générique avec sommation des variables d'état

et de pallier le problème de non cascabilité du premier biquad lorsque la fonction de transfert à synthétiser nécessite une ou deux capacités flottantes.

3.3 Prise en compte des imperfections des transconducteurs

3.3.1 Modélisation du module élémentaire constitutif

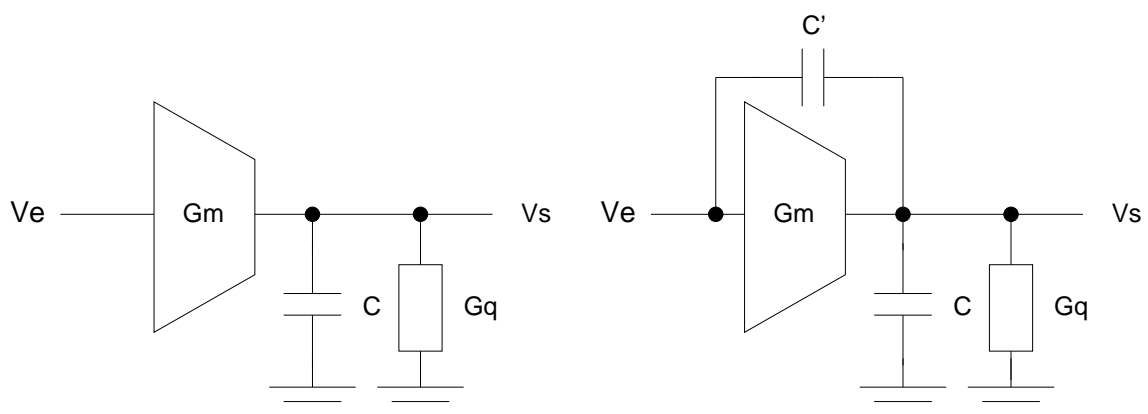


FIGURE 7 –

Modules élémentaires constitutifs

Si nous considérons le module élémentaire constitutif d'un biquad Gm/C générique, représenté sur la gauche de la *figure 7*, il a pour fonction de transfert

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{Gm}{Gq + Cp}.$$

Pour prendre en compte les non-idéalités du transconducteur, on considère la modélisation de l'intégrateur réel avec

$$T_I(p) = \frac{Gm}{C} \frac{1-\tau_2 p}{\frac{1}{\tau_1} + p} = \frac{Gm}{C} \frac{1}{S} \text{ avec } S = \frac{\frac{1}{\tau_1} + p}{1-\tau_2 p}$$

on peut ainsi légitimement modéliser le module élémentaire imparfait, par la fonction de transfert

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{Gm}{Gq + C.S} = \frac{Gm(1 - \tau_2 p)}{Gq + \frac{C}{\tau_1} + (C - Gq\tau_2)p}.$$

Si maintenant on considère le second module élémentaire constitutif avec le condensateur d'entrée C' , on écrit

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{Gm + C'p}{Gq + (C+C')p},$$

et si on prend en compte (à priori illégitimement) le modèle intégrateur précédent on détermine

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{Gm + C'.S}{Gq + (C+C').S} = \frac{Gm + \frac{C'}{\tau_1} + (C' - Gm\tau_2)p}{Gq + \frac{C+C'}{\tau_1} + (C+C' - Gq\tau_2)p}.$$

Avec un modèle à un pôle dominant ($\tau_2 = 0$), l'expression

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{Gm + \frac{C'}{\tau_1} + C'p}{Gq + \frac{C+C'}{\tau_1} + (C+C')p}$$

peut être comparée à la fonction de transfert

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{Gm + C'p}{G_s + Gq + (C+C')p}$$

obtenue avec le modèle électrique de la *figure 8*. On constate ainsi l'incohérence du modèle, dû au fait que le nœud capacitif d'intégration n'est pas un nœud de sommation pour le courant injecté par le condensateurs C' , qui forme un diviseur capacitif avec la capacité d'intégration. Ainsi, pour assurer une meilleure modélisation, pour le module élémentaire non-idéal avec condensateur d'entrée, on choisit de prendre pour modèle l'expression

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{Gm + (C' - Gm\tau_2)p}{Gq + \frac{C+C'}{\tau_1} + (C + C' - Gq\tau_2)p} \text{ avec } \tau_1 = \frac{C + C'}{G_s}$$

3.3.2 Modélisation du premier biquad générique imparfait

Sortie en V1 :

Compte tenu des fonctions du deuxième ordre synthétisables en V1, on considère le modèle biquadratique de la *figure 9* constitué des modules élémentaires

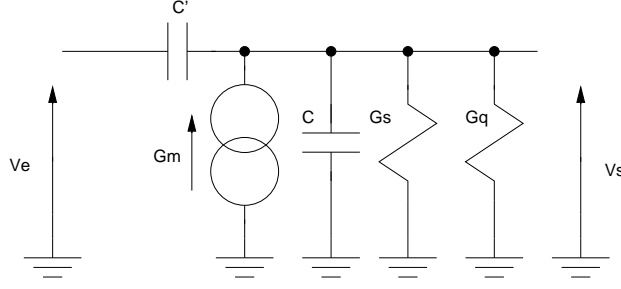


FIGURE 8 -

Modèle électrique du module élémentaire à un pôle dominant

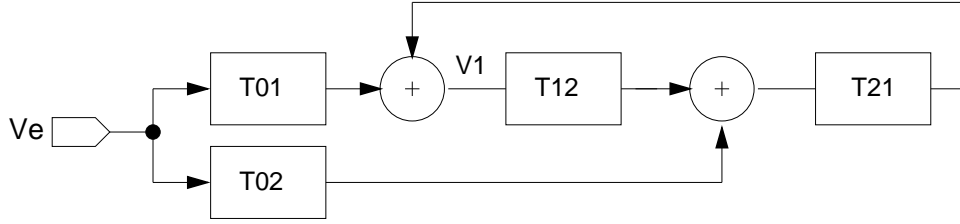


FIGURE 9 -

Graphe fonctionnel du biquad générique pour V1

$$T12 = \frac{Gm_{12}(1-p\tau_2^b)}{\frac{C_2+C_{02}}{\tau_1^b} + (C_2+C_{02})p} \quad , \quad T21 = -\frac{Gm_{21}(1-p\tau_2^a)}{Gq^a + \frac{C_1+C_{01}}{\tau_1^a} + (C_1+C_{01}-Gq^a\tau_2^a)p}$$

$$T01 = \frac{Gm_{01} + (C_{01}-Gm_{01}\tau_2^c)p}{Gq^a + \frac{C_1+C_{01}}{\tau_1^c} + (C_1+C_{01}-Gq^a\tau_2^c)p} \quad , \quad T02 = \frac{Gm_{02} + (C_{02}-Gm_{02}\tau_2^d)p}{\frac{C_2+C_{02}}{\tau_1^d} + (C_2+C_{02})p}$$

Ainsi, avec

$$\frac{V1}{Ve} = \frac{T01 + T02.T21}{1 - T12.T21}$$

on peut écrire

$$\frac{V1}{Ve} = \frac{\frac{Gm_{01} + (C_{01}-Gm_{01}\tau_2^c)p}{Gq^a + \frac{C_1+C_{01}}{\tau_1^c} + (C_1+C_{01}-Gq^a\tau_2^c)p} - \frac{Gm_{02} + (C_{02}-Gm_{02}\tau_2^d)p}{\frac{C_2+C_{02}}{\tau_1^d} + (C_2+C_{02})p} \frac{Gm_{21}(1-p\tau_2^a)}{Gq^a + \frac{C_1+C_{01}}{\tau_1^a} + (C_1+C_{01}-Gq^a\tau_2^a)p}}{1 + \frac{Gm_{12}(1-p\tau_2^b)}{\frac{C_2+C_{02}}{\tau_1^b} + (C_2+C_{02})p} \frac{Gm_{21}(1-p\tau_2^a)}{Gq^a + \frac{C_1+C_{01}}{\tau_1^a} + (C_1+C_{01}-Gq^a\tau_2^a)p}}$$

Si on veut conserver le caractère biquadratique de la fonction, on est conduit à poser

$$\tau_1^c = \tau_1^a \quad , \quad \tau_2^c = \tau_2^a \quad \text{et} \quad \tau_1^d = \tau_1^b \quad , \quad \tau_2^d = \tau_2^b.$$

Ce faisant (lors du dimensionnement du biquad, autant que faire ce peut on réalisera cette condition), la fonction de transfert s'écrit

$$\frac{V1}{Ve} = \frac{n_2 p^2 + n_1 p + n_0}{d_2 p^2 + d_1 p + d_0}$$

avec

$$n_2 = \frac{(C_2+C_{02})(C_{01}-Gm_{01}\tau_2^c) + (C_{02}-Gm_{02}\tau_2^d)Gm_{21}\tau_2^a}{(C_2+C_{02})(C_1+C_{01}-Gq^a\tau_2^a) + Gm_{12}Gm_{21}\tau_2^a\tau_2^b}$$

$$n_1 = \frac{(C_2+C_{02})Gm_{01} + \frac{C_2+C_{02}}{\tau_1^d}(C_{01}-Gm_{01}\tau_2^c) - (C_{02}-Gm_{02}\tau_2^d)Gm_{21} + Gm_{02}Gm_{21}\tau_2^a}{(C_2+C_{02})(C_1+C_{01}-Gq^a\tau_2^a) + Gm_{12}Gm_{21}\tau_2^a\tau_2^b}$$

$$n_0 = \frac{Gm_{01}\frac{C_2+C_{02}}{\tau_1^b} - Gm_{02}Gm_{21}}{(C_2+C_{02})(C_1+C_{01}-Gq^a\tau_2^a) + Gm_{12}Gm_{21}\tau_2^a\tau_2^b}$$

et

$$d_2 = 1$$

$$d_1 = \frac{(C_2+C_{02})(Gq^a + \frac{C_1+C_{01}}{\tau_1^a}) + \frac{C_2+C_{02}}{\tau_1^b}(C_1+C_{01}-Gq^a\tau_2^a) - Gm_{12}Gm_{21}(\tau_2^a + \tau_2^b)}{(C_2+C_{02})(C_1+C_{01}-Gq^a\tau_2^a) + Gm_{12}Gm_{21}\tau_2^a\tau_2^b}$$

$$d_0 = \frac{\frac{C_2+C_{02}}{\tau_1^b}(Gq^a + \frac{C_1+C_{01}}{\tau_1^a}) + Gm_{12}Gm_{21}}{(C_2+C_{02})(C_1+C_{01}-Gq^a\tau_2^a) + Gm_{12}Gm_{21}\tau_2^a\tau_2^b}$$

On notera que par commodité nous avons conservé les notations c et d sur les constantes de temps figurant au numérateurs des coefficients.

Sortie en V2 :

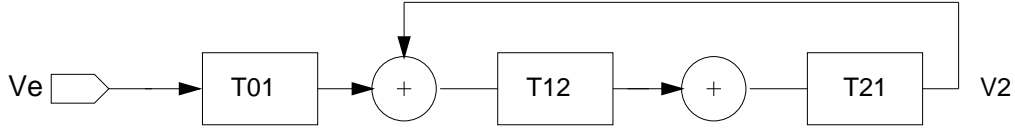


FIGURE 10 –

Grphe fonctionnel du biquad générique pour V2

Compte tenu des fonctions du deuxième ordre synthétisables en V2 (on ne s'intéresse qu'au passe-bas), on considère le modèle biquadratique de la *figure 10* constitué des modules élémentaires

$$T12 = \frac{Gm_{12}(1-p\tau_2^b)}{Gq^b + \frac{C_2}{\tau_1^b} + (C_2 - Gq^b\tau_2^b)p} \quad T21 = -\frac{Gm_{21}(1-p\tau_2^a)}{Gq^a + \frac{C_1}{\tau_1^a} + (C_1 - Gq^a\tau_2^a)p} \quad T01 = \frac{Gm_{01}(1-\tau_2^c p)}{Gq^a + \frac{C_1+C_{01}}{\tau_1^c} + (C_1 - Gq^a\tau_2^c)p}$$

Ainsi, avec

$$\frac{V2}{Ve} = \frac{T01.T12}{1 - T12.T21}$$

on peut écrire

$$\frac{V2}{Ve} = \frac{n_2 p^2 + n_1 p + n_0}{d_2 p^2 + d_1 p + d_0}$$

avec

$$n_2 = \frac{Gm_{01}Gm_{12}\tau_2^c\tau_2^b}{C_1C_2 - C_1Gq^b\tau_2^b - C_2Gq^a\tau_2^a + Gm_{12}Gm_{21}\tau_2^a\tau_2^b + Gq^aGq^b\tau_2^a\tau_2^b}$$

$$n_1 = -\frac{Gm_{01}Gm_{12}(\tau_2^c + \tau_2^b)}{C_1C_2 - C_1Gq^b\tau_2^b - C_2Gq^a\tau_2^a + Gm_{12}Gm_{21}\tau_2^a\tau_2^b + Gq^aGq^b\tau_2^a\tau_2^b}$$

$$n_0 = -\frac{Gm_{01}Gm_{12}}{C_1C_2 - C_1Gq^b\tau_2^b - C_2Gq^a\tau_2^a + Gm_{12}Gm_{21}\tau_2^a\tau_2^b + Gq^aGq^b\tau_2^a\tau_2^b}$$

et

$$d_2 = 1$$

$$d_1 = \frac{Gq^a C_2 - Gq^a Gq^b \tau_2^b + \frac{C_1 C_2}{\tau_1^a} - Gq^b C_1 \frac{\tau_2^b}{\tau_1^a} + Gq^b C_1 - Gq^a Gq^b \tau_2^a + \frac{C_1 C_2}{\tau_1^b} - Gq^a C_2 \frac{\tau_2^a}{\tau_1^b} - Gm_{12} Gm_{21} (\tau_2^a + \tau_2^b)}{C_1 C_2 - C_1 Gq^b \tau_2^b - C_2 Gq^a \tau_2^a + Gm_{12} Gm_{21} \tau_2^a \tau_2^b + Gq^a Gq^b \tau_2^a \tau_2^b}$$

$$d_0 = \frac{Gm_{12} Gm_{21} + Gq^a Gq^b + \frac{C_1}{\tau_1^a} Gq^b + \frac{C_2}{\tau_1^b} Gq^a + \frac{C_1 C_2}{\tau_1^a \tau_1^b}}{C_1 C_2 - C_1 Gq^b \tau_2^b - C_2 Gq^a \tau_2^a + Gm_{12} Gm_{21} \tau_2^a \tau_2^b + Gq^a Gq^b \tau_2^a \tau_2^b}$$

3.3.3 Modélisation du second biquad générique imparfait

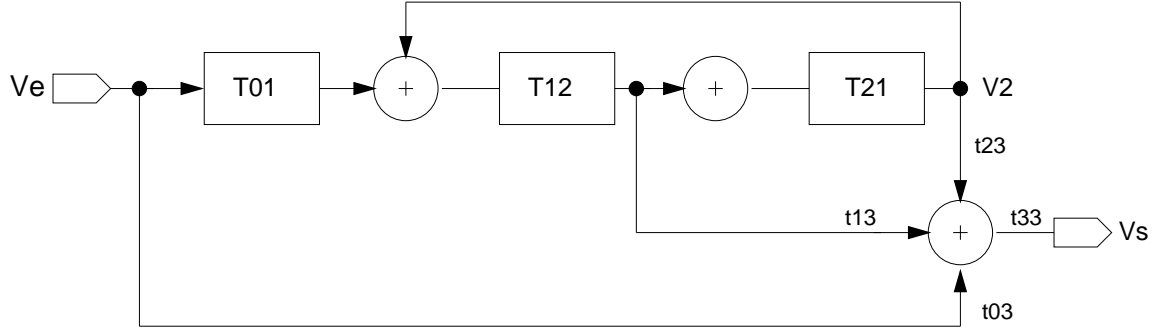


FIGURE 11 –

Grphe fonctionnel du second biquad générique

Le modèle biquadratique de la *figure 11* est constitué des modules élémentaires

$$T12 = \frac{Gm_{12}(1-p\tau_2^b)}{\frac{C_2}{\tau_1^b} + C_2 p}, \quad T21 = -\frac{Gm_{21}(1-p\tau_2^a)}{Gq^a + \frac{C_1}{\tau_1^a} + (C_1 - Gq^a \tau_2^a)p} \text{ et } T01 = \frac{Gm_{01}(1-\tau_2^c p)}{Gq^a + \frac{C_1}{\tau_1^a} + (C_1 - Gq^a \tau_2^c)p}.$$

Les transmittances

$$t_{03} = K_{03} Gm_{03}, \quad t_{13} = K_{13} Gm_{13}, \quad t_{23} = K_{23} Gm_{23} \text{ et } t_{33} = K_{33} / Gm_{33}$$

représentent les transconductances associées au sommateur de sortie. Le modèle considère que les tranconducteurs correspondant sont caractérisés par un pôle situé très au delà des pôles des autres transconducteurs, dans la mesure où d'une part, leur charge capacitive n'est constituée que par les différentes capacités parasites structurales réunies sur le nœud de sortie, normalement très inférieures aux capacités d'intégration, et que d'autre part la valeur des transconductances peut être arbitrairement fixée. On notera que dans certaines applications le pôle réel généré peut être confondu avec le pôle simple de la fonction de filtrage en complémentant la capacité parasite de sortie. Ce faisant, la fonction de transfert non-idéale prend la forme

$$\frac{Vs}{Ve} = t_{33} \frac{(t_{03}d_2 + t_{13}n'_2 + t_{23}n''_2)p^2 + (t_{03}d_1 + t_{13}n'_1 + t_{23}n''_1)p + (t_{03}d_0 + t_{13}n'_0 + t_{23}n''_0)}{d_2 p^2 + d_1 p + d_0}$$

avec

$$d_2 = 1$$

$$d_1 = \frac{C_2(Gq^a + \frac{C_1}{\tau_1^a}) + \frac{C_2}{\tau_1^b}(C_1 - Gq^a \tau_2^a) + Gm_{12} Gm_{21} (\tau_2^a + \tau_2^b)}{C_2(C_1 - Gq^a \tau_2^a) + Gm_{12} Gm_{21} \tau_2^a \tau_2^b}$$

$$d_0 = \frac{\frac{C_2}{\tau_1^b}(Gq^a + \frac{C_1}{\tau_1^a}) + Gm_{12}Gm_{21}}{C_2(C_1 - Gq^a\tau_2^a) + Gm_{12}Gm_{21}\tau_2^a\tau_2^b}.$$

et

$$n'_2 = \frac{-C_2Gm_{01}\tau_2^c}{C_2(C_1 - Gq^a\tau_2^a) + Gm_{12}Gm_{21}\tau_2^a\tau_2^b}$$

$$n'_1 = \frac{C_2Gm_{01} - \frac{C_2}{\tau_1^a}Gm_{01}\tau_2^c}{C_2(C_1 - Gq^a\tau_2^a) + Gm_{12}Gm_{21}\tau_2^a\tau_2^b}$$

$$n'_0 = \frac{Gm_{01}\frac{C_2}{\tau_1^b}}{C_2(C_1 - Gq^a\tau_2^a) + Gm_{12}Gm_{21}\tau_2^a\tau_2^b}$$

et

$$n''_2 = \frac{Gm_{01}Gm_{12}\tau_2^c\tau_2^b}{C_2(C_1 - Gq^a\tau_2^a) + Gm_{12}Gm_{21}\tau_2^a\tau_2^b}$$

$$n''_1 = -\frac{Gm_{01}Gm_{12}(\tau_2^c + \tau_2^b)}{C_2(C_1 - Gq^a\tau_2^a) + Gm_{12}Gm_{21}\tau_2^a\tau_2^b}$$

$$n''_0 = -\frac{Gm_{01}Gm_{12}}{C_2(C_1 - Gq^a\tau_2^a) + Gm_{12}Gm_{21}\tau_2^a\tau_2^b}.$$

Une prise en compte du gain statique fini $A_0 = Gm_i/Gs_i$ peut facilement être effectuée puisque avec, en V1

$$\alpha = \frac{Gm_{01}Gs_{12}}{Gs_{12}(Gs_{01} + Gs_{21} + Gm_{11} + Gs_{11}) + Gm_{12}Gm_{21}}$$

et avec en V2

$$\beta = \frac{Gm_{01}Gm_{12}}{Gs_{12}(Gs_{01} + Gs_{21} + Gm_{11} + Gs_{11}) + Gm_{12}Gm_{21}}$$

on peut déterminer pour la fonction de transfert statique

$$\frac{Vs}{Ve} = \frac{K_{03}Gm_{03} + \alpha K_{13}Gm_{13} + \beta K_{23}Gm_{23}}{Gm_{33} + Gs_{33} + |K_{03}|Gs_{03} + |K_{13}|Gs_{13} + |K_{23}|Gs_{23}}.$$

4 Synthèse des biquads passe-bas Gm/C

Avec ω_0 , la pulsation de résonance, Q_0 le coefficient de qualité et K_{pbs} le gain statique, la fonction à synthétiser peut être mise sous la forme canonique

$$T(p) = K_{pbs} \frac{\omega_0^2}{p^2 + \frac{\omega_0}{Q_0}p + \omega_0^2}.$$

4.1 Un biquad compagnon Gm/C passe-bas

L'examen de la fonction de transfert du biquad générique montre que la fonction passe-bas est synthétisable avec

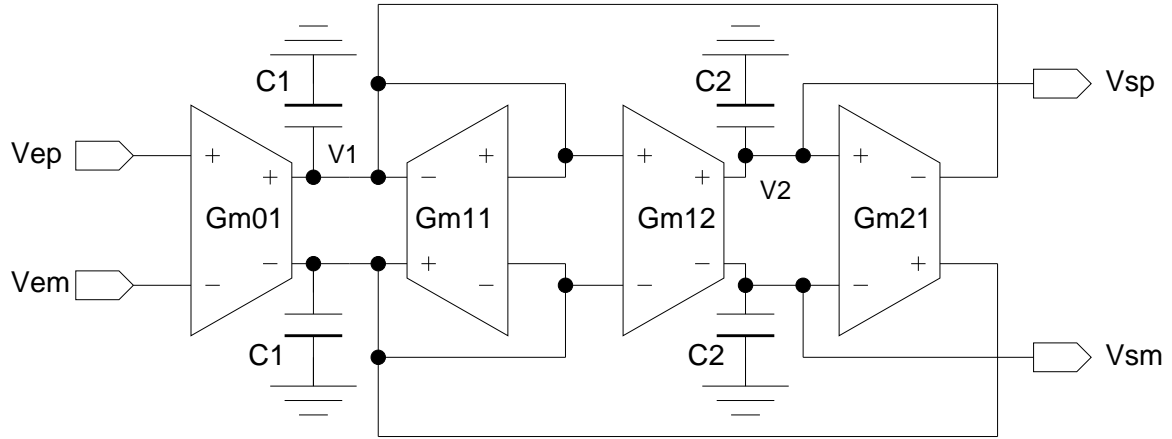


FIGURE 12 –

Biquad compagon Gm/C passe-bas

$$C_{01} = C_{02} = Gm_{22} = K_{02} = 0 \text{ et } K_{12} = 1 \text{ et } K_{21} = -1.$$

On obtient ainsi le biquad différentiel compagon de la *figure 12* ayant pour fonction de transfert

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{\frac{Gm_{01}Gm_{12}}{C_1C_2}}{p^2 + \frac{Gm_{11}}{C_1}p + \frac{Gm_{12}Gm_{21}}{C_1C_2}}.$$

4.1.1 Equations de synthèse

Par identification, on obtient le jeu de paramètres de synthèse

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{Gm_{12}Gm_{21}}{C_1C_2}}, \quad Q_0 = \frac{\sqrt{Gm_{12}Gm_{21}}}{Gm_{11}} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \text{ et } K_{pbs} = \frac{Gm_{01}}{Gm_{21}}.$$

Ce faisant on peut utiliser les degrés de libertés pour optimiser l'étendue des condensateurs C_{max}/C_{min} , et/ou l'étendue des transconductances Gm_{max}/Gm_{min} , et/ou l'amplitude maximum de la tension de sortie auxiliaire $V1_{max}$, et/ou la facilité de conception, Ainsi, en se donnant une valeur de capacité C_0 fixant un niveau d'impédance, on peut effectuer la synthèse du biquad à partir de trois critères de synthèse arbitraires.

Critère de synthèse 1 :

K_c étant une constante fixant l'étendue des condensateurs (typiquement égal à un), avec

$$Gm_{12} = Gm_{21} = Gm, \quad C_1 = C_0 \text{ et } C_2 = K_c C_0,$$

on détermine

$$Gm = \omega_0 C_0 \sqrt{K_c}, \quad Gm_{11} = \frac{Gm}{Q_0 \sqrt{K_c}} \text{ et } Gm_{01} = K_{pbs} Gm.$$

L'étendue des transconductances, proportionnelle au coefficient de qualité est pondérable par le paramètre de réglage K_c .

Critère de synthèse 2 :

K_q étant une constante fixant l'étendue des transconductances (typiquement égal à un), avec

$$Gm_{12} = Gm_{21} = K_q Gm_{11} = Gm,$$

on détermine

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{Q_0^2}{K_q^2}.$$

Avec C_1 ou C_2 égale à C_0 (typiquement on fixe la plus petite capacité à C_0), l'étendue des capacités, est fonction du carré du coefficient de qualité. Le paramètre K_q étant normalement un entier, on est en mesure de simplifier la conception des transconducteurs en les concevant comme une mise en parallèle de transconducteurs unitaires identiques [?] [?].

Critère de synthèse 3 :

Une conception basée sur les deux critères de synthèse précédents n'impose pas a priori la valeur maximum du signal observable sur la sortie auxiliaire V1. Ors, selon le coefficient de qualité du biquad (fonction de l'ordre du filtre à réaliser et de la fonction d'approximation utilisée), l'amplitude maximum de ce signal peut s'avérer être très différente (selon la valeur de K_c ou K_q) de l'amplitude maximum imposée en V2, ce qui peut dégrader significativement la linéarité du filtre. En considérant la fonction de transfert réalisée en V1

$$\frac{V1}{Ve} = \frac{\frac{Gm_{01}}{C_1} p}{p^2 + \frac{Gm_{11}}{C_1} p + \frac{Gm_{12}Gm_{21}}{C_1 C_2}}$$

on voit qu'avec

$$K_v = V1_{max}/V2_{max}$$

on ne modifie pas l'amplitude de la fonction de transfert du biquad par le jeu de transformations

$$\begin{aligned} C_1 &\longrightarrow C_1 \cdot K_v \\ Gm_{11} &\longrightarrow Gm_{11} \cdot K_v \end{aligned}$$

et

$$C_2 \longrightarrow C_2 / K_v.$$

Ce faisant on égalise les amplitudes maximum en V1 et V2.

4.1.2 Sensibilités aux composants passifs et actifs

Sensibilités à la valeur des condensateurs et des transconducteurs :

La sensibilité relative d'un paramètre P vis à vis d'un composant X étant formellement définie comme

$$S_X^P = \frac{\frac{dP}{P}}{\frac{dX}{X}} = \frac{\partial \text{Log } P}{\partial \text{Log } X}$$

les sensibilités des paramètres du biquad passe-bas sont données par

$$S_{Gm_{12}}^{\omega_0} = S_{Gm_{21}}^{\omega_0} = 1/2 \quad , \quad S_{C_1}^{\omega_0} = S_{C_2}^{\omega_0} = -1/2$$

$$S_{Gm_{12}}^{Q_0} = S_{Gm_{21}}^{Q_0} = 1/2 \quad , \quad S_{C_1}^{Q_0} = 1 \quad , \quad S_{Gm_{11}}^{Q_0} = S_{C_2}^{Q_0} = -1$$

$$S_{Gm_{01}}^{K_{pbs}} = 1 \quad , \quad S_{Gm_{21}}^{K_{pbs}} = -1.$$

Les sensibilités aux composants passifs et aux transconductance du biquad Gm/C sont très basses et caractéristiques des structures à variables d'état du second degré, quelque soit le dispositif physique choisi pour la réalisation. On notera que le coefficient de qualité et le gain statique (nombres sans dimension) sont insensibles aux dispersions technologiques globales, ils ne sont sensibles qu'aux dispersions locales (erreurs d'appariement entre composants de même nature pouvant être inférieurs à 1%). Quant à la pulsation de résonance, sensible aux dispersions globales, elle ne peut être fixée qu'avec une précision de l'ordre de 40% à 50% en cas d'absence de corrélation entre les condensateurs passifs et les transconductances, précision qui peut être réduite à moins de 15% si les condensateurs sont réalisés avec des transistors MOS (typiquement en accumulation ou en forte inversion), établissant ainsi un jeu de de corrélations entre les transconductances et les capacités notamment par l'intermédiaire de la capacité d'oxyde et du dimensionnement [?].

Prise en compte des non idéalités des transconducteurs :

En considérant la fonction de transfert du biquad générique imparfaite, en termes de pôles, on peut écrire

$$\omega_{0ni}^2 = \frac{\frac{Gm_{12}Gm_{21}}{C_1C_2} + \frac{Gq^a}{C_1} \frac{1}{\tau_1^b} + \frac{1}{\tau_1^a \tau_1^b}}{1 - \frac{Gq^a}{C_1} \tau_2^a + \frac{Gm_{12}Gm_{21}}{C_1C_2} \tau_2^a \tau_2^b} \quad \text{soit} \quad \omega_{0ni} = \sqrt{\frac{\omega_0^2 + \frac{\omega_0}{Q_0} \frac{1}{\tau_1^b} + \frac{1}{\tau_1^a \tau_1^b}}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}}$$

ainsi que

$$\left(\frac{\omega_0}{Q_0}\right)_{ni} = \frac{\frac{1}{\tau_1^a} + \frac{1}{\tau_1^b} + \frac{Gq^a}{C_1} \left(1 - \frac{\tau_2^a}{\tau_1^b}\right) - \frac{Gm_{12}Gm_{21}}{C_1C_2} (\tau_2^a + \tau_2^b)}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b} = \frac{\frac{\tau_1^a + \tau_1^b}{\tau_1^a \tau_1^b} + \frac{\omega_0}{Q_0} \left(1 - \frac{\tau_2^a}{\tau_1^b}\right) - \omega_0^2 (\tau_2^a + \tau_2^b)}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}$$

soit

$$Q_{0ni} = \frac{\sqrt{\left(\omega_0^2 + \frac{\omega_0}{Q_0} \frac{1}{\tau_1^b} + \frac{1}{\tau_1^a \tau_1^b}\right) \left(1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b\right)}}{\frac{\tau_1^a + \tau_1^b}{\tau_1^a \tau_1^b} + \frac{\omega_0}{Q_0} \left(1 - \frac{\tau_2^a}{\tau_1^b}\right) - \omega_0^2 (\tau_2^a + \tau_2^b)}.$$

La pulsation de résonance et le coefficient de qualité effectivement obtenus, compte tenu des spécifications des transconducteurs, étant connus, il est possible d'effectuer une prédistorsion analytique pour assurer un positionnement nominal des pôles du biquad passe-bas. On notera que les valeurs à considérer pour les deux constantes de temps sont respectivement

$$\tau_1^a = \frac{C_1}{G_{s21} + G_{s11} + G_{s01}} \quad \text{et} \quad \tau_1^b = \frac{C_2}{G_{s12}}.$$

Les séries de courbes représentées sur la *figure 13* et sur les *figure 14* et *14*, montrent l'erreur relative commise sur ω_0 et Q_0 en fonction uniquement du gain statique (modèle un pôle) pour les premières courbes et en fonction de A_0 et pour deux valeurs de ω_2 (modèle deux pôles) pour les secondes. On notera, qu'au premier ordre, on peut caractériser les pôles du biquad par les approximations

$$\omega_{0ni} \approx \omega_0 \quad \text{et} \quad Q_{0ni} \approx \frac{Q_0}{1 + 2Q_0\left(\frac{1}{\omega_0\tau_1} - \omega_0\tau_2\right)} \quad \text{soit} \quad Q_{0ni} \approx \frac{Q_0}{1 + 2\frac{Q_0}{Q_I}}$$

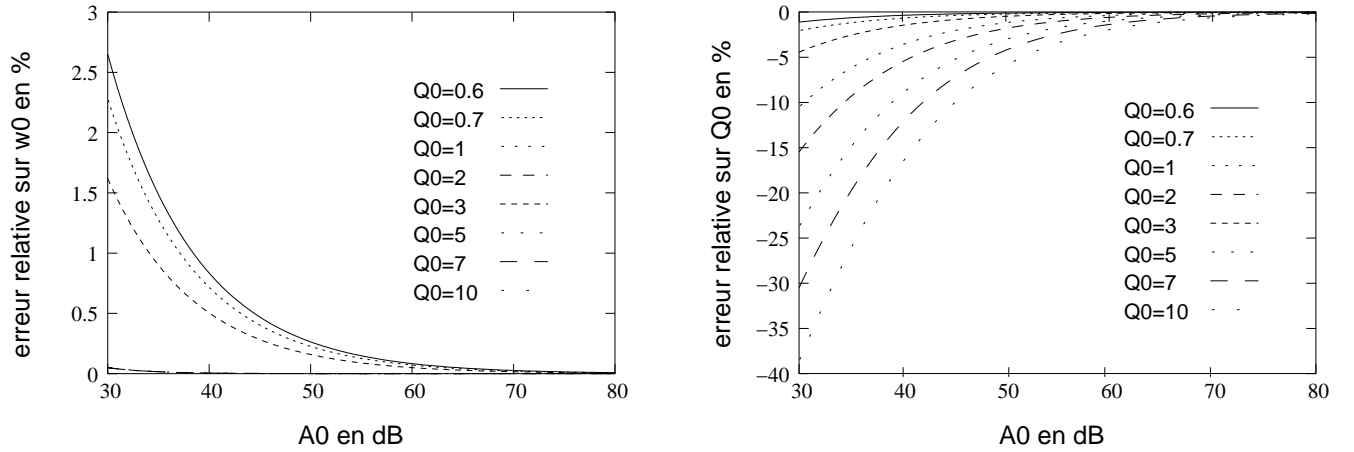


FIGURE 13 –

Erreur relative sur ω_0 et Q_0 vs A_0 avec $\tau_1^a = \tau_1^b = A_0/\omega_0$ et $\tau_2^a = \tau_2^b = 0$

Les capacités C_1 et C_2 prennent évidemment en compte les différentes capacités structurelles des amplificateurs et des condensateurs, ainsi que les capacités de routage inhérentes à l'intégration des composants.

Quant aux coefficients du numérateur, s'écrivant respectivement

$$n_2 = \frac{K_{pbs}\omega_0^2\tau_2^a\tau_2^b}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0}\tau_2^a + \omega_0^2\tau_2^a\tau_2^b} \quad n_1 = -\frac{K_{pbs}\omega_0^2(\tau_2^a + \tau_2^b)}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0}\tau_2^a + \omega_0^2\tau_2^a\tau_2^b} \quad n_0 = \frac{K_{pbs}\omega_0^2}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0}\tau_2^a + \omega_0^2\tau_2^a\tau_2^b}$$

ils montrent que si la correction analytique du gain statique est parfaitement réalisable, il n'en est pas de même pour les deux autres coefficients, ainsi, les amplificateurs de transconductance devront, autant que faire ce peut, être des circuits à un pôle ou se comporter comme tel en terme de marge de phase. Ainsi, en terme de spécifications, pour un gain statique A_0 fini, on devra cibler une marge de phase

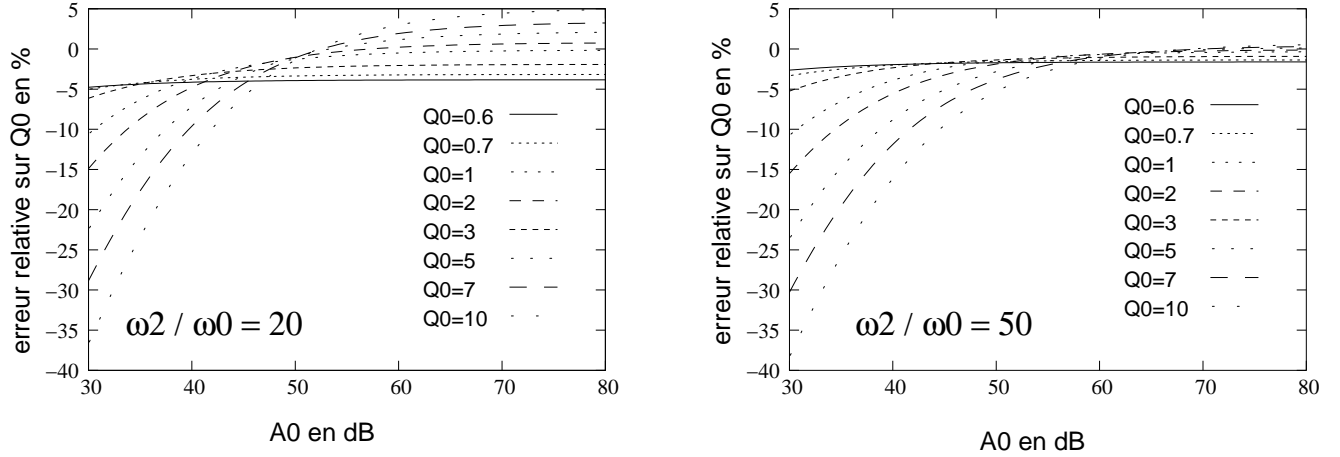


FIGURE 14 –

Erreur relative sur Q_0 vs A_0 pour $\omega_2/\omega_0 = 20$ et 50 avec $\tau_1^a = \tau_1^b = A_0/\omega_0$ et $\tau_2^a = \tau_2^b = 1/\omega_2$

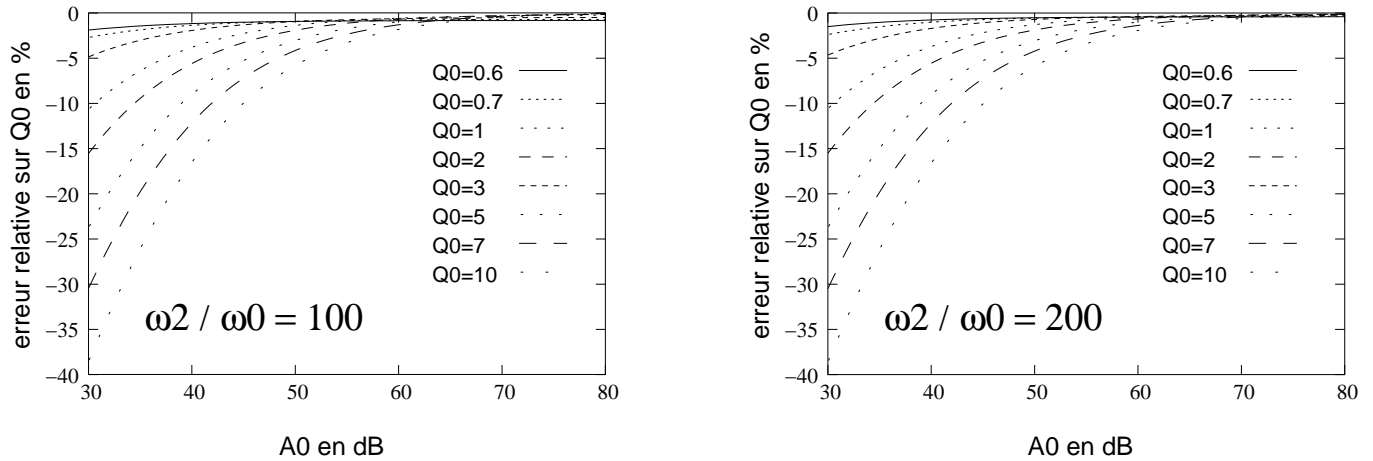


FIGURE 15 –

Erreur relative sur Q_0 vs A_0 pour $\omega_2/\omega_0 = 100$ et 200 avec $\tau_1^a = \tau_1^b = A_0/\omega_0$ et $\tau_2^a = \tau_2^b = 1/\omega_2$

$$MP = 180^\circ - \arctan(\sqrt{A_0^2 - 1})$$

toujours supérieure à 90 degrés.

La [figure 16](#) montre les résultats issus d'une simulation, tous les transconducteurs sont macromodélisés par un dispositif à un pôle réel avec un gain statique de 30dB (31.6) ou un dispositif à deux pôles réels avec un gain statique de 30dB et une marge de phase de 89.5° . L'effectivité de la correction analytique est clairement établie pour le premier modèle mais pas pour le second. On notera qu'un réglage de la réponse en bande passante est toujours possible par une modification de la position relatives des pôles de la fonction de transfert en modifiant la valeur des transconductances ou des condensateurs.

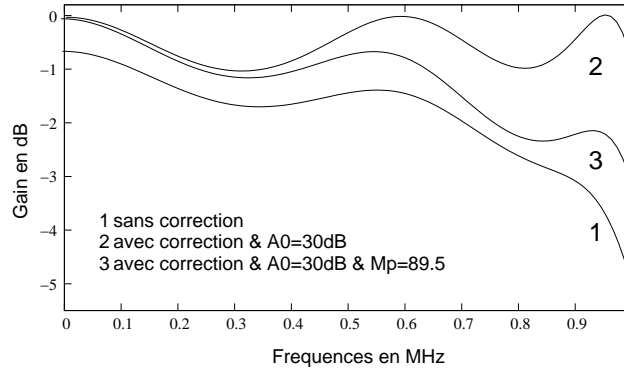


FIGURE 16 –

Résultats de simulation passe-bas de Tchébyscheff d'ordre 5 $A_{max}=1dB$ $F_p=1MHz$
 biquad 1 avec $Q_0=1.399$ et biquad 2 avec $Q_0=5.556$

4.2 Un second biquad compagon G_m/C passe-bas

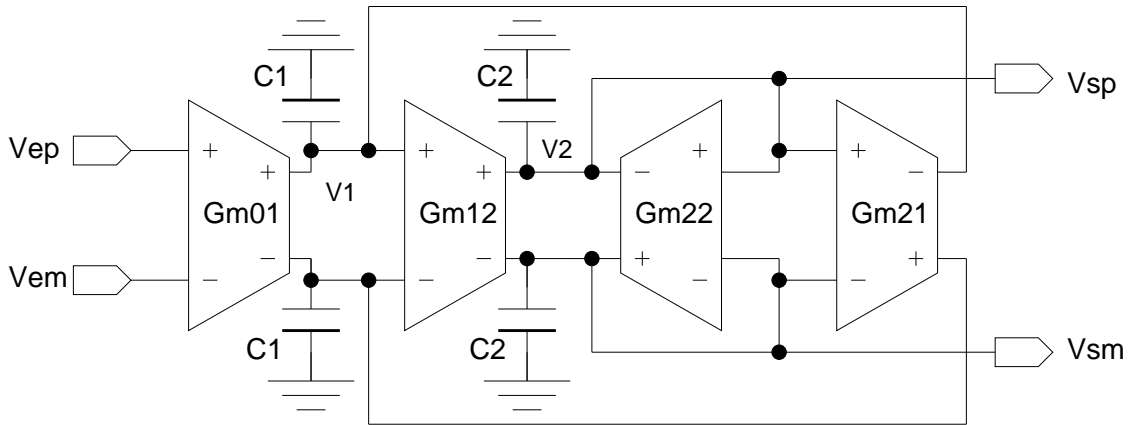


FIGURE 17 –

Second biquad compagon G_m/C passe-bas

La fonction de transfert du biquad générique montre que la fonction passe-bas est également synthétisable (matrice d'état $[A_G]$) avec

$$C_{01} = C_{02} = G_{m11} = K_{02} = 0 \text{ et } K_{12} = 1 \text{ et } K_{21} = -1.$$

Le biquad différentiel compagon de la *figure 17* a ainsi pour fonction de transfert

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{\frac{G_{m01}G_{m12}}{C_1C_2}}{p^2 + \frac{G_{m22}}{C_2}p + \frac{G_{m12}G_{m21}}{C_1C_2}}$$

correspondant au jeu de paramètres de synthèse

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{G_{m12}G_{m21}}{C_1C_2}}, \quad Q_0 = \frac{\sqrt{G_{m12}G_{m21}}}{G_{m22}} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \text{ et } K_{pbs} = \frac{G_{m01}}{G_{m21}}.$$

Ainsi, avec le premier critère de synthèse on détermine

$$Gm = \omega_0 C_0 \sqrt{K_c} \quad , \quad Gm_{22} = \frac{Gm}{Q_0} \sqrt{K_c} \quad \text{et} \quad Gm_{01} = K_{pbs} Gm,$$

avec le deuxième critère de synthèse et

$$Gm_{12} = Gm_{21} = K_q Gm_{22} = Gm,$$

on détermine

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{Q_0^2}{K_q^2}$$

et avec le troisième critère de synthèse on égalise les amplitudes maximum en V1 et V2 par le jeu de transformation

$$C_1 \longrightarrow C_1 \cdot K_v$$

et

$$C_2 \longrightarrow C_2 / K_v.$$

$$Gm_{22} \longrightarrow Gm_{22} / K_v.$$

Les sensibilités passives sont identiques à celles obtenues avec le premier biquad (on remplace Gm_{11} par Gm_{22}) et quant à la prise en compte des imperfections, elle est formellement identique avec

$$\tau_1^a = \frac{C_1}{Gs_{21} + Gs_{01}} \quad \text{et} \quad \tau_1^b = \frac{C_2}{Gs_{12} + Gs_{22}}.$$

et

$$\omega_{0ni} = \sqrt{\frac{\omega_0^2 + \frac{\omega_0}{Q_0} \frac{1}{\tau_1^a} + \frac{1}{\tau_1^a \tau_1^b}}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^b + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}},$$

ainsi que

$$Q_{0ni} = \frac{\sqrt{(\omega_0^2 + \frac{\omega_0}{Q_0} \frac{1}{\tau_1^a} + \frac{1}{\tau_1^a \tau_1^b})(1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^b + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b)}}{\frac{\tau_1^a + \tau_1^b}{\tau_1^a \tau_1^b} + \frac{\omega_0}{Q_0} (1 - \frac{\tau_2^b}{\tau_1^a}) - \omega_0^2 (\tau_2^a + \tau_2^b)}$$

et

$$n_2 = \frac{K_{pbs} \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^b + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}, \quad n_1 = -\frac{K_{pbs} \omega_0^2 (\tau_2^a + \tau_2^b)}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^b + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}, \quad n_0 = \frac{K_{pbs} \omega_0^2}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^b + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}.$$

Les indices de performances des deux biquads sont formellement similaires, ormis la tension maximum en V1, et ormis le fait qu'en terme de charge le second biquad est non-idéalement "mieux" équilibré.

4.3 Le biquad normal Gm/C passe-bas

Le biquad normal de la *figure 18*, synthétisant également la fonction passe-bas, correspond à la matrice d'état $[A_H]$. Il a pour fonction de transfert

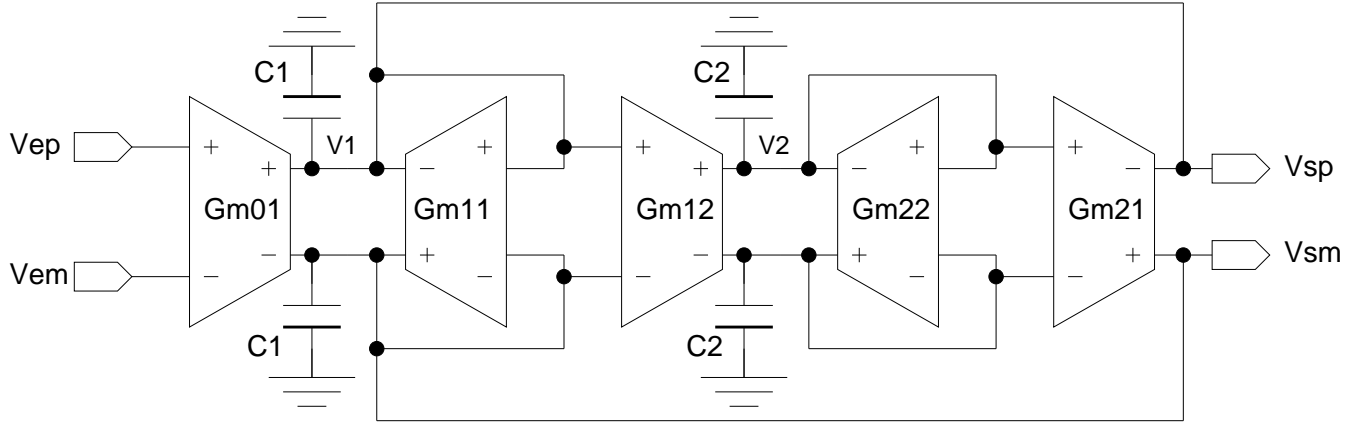


FIGURE 18 –

Biquad normal Gm/C passe-bas

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{\frac{Gm_{01}Gm_{12}}{C_1C_2}}{p^2 + \left(\frac{Gm_{11}}{C_1} + \frac{Gm_{22}}{C_2}\right)p + \frac{Gm_{12}Gm_{21} + Gm_{11}Gm_{22}}{C_1C_2}}$$

et pour jeu de paramètres de synthèse

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{Gm_{12}Gm_{21} + Gm_{11}Gm_{22}}{C_1C_2}}, \quad Q_0 = \frac{\sqrt{C_1C_2(Gm_{12}Gm_{21} + Gm_{11}Gm_{22})}}{Gm_{11}C_2 + Gm_{22}C_1}$$

et

$$K_{pbs} = \frac{Gm_{01}Gm_{12}}{Gm_{12}Gm_{21} + Gm_{11}Gm_{22}}.$$

L'amortissement étant partagé sur les deux intégrateurs, la structure ne présente aucun nœud haute impédance, il est ainsi légitime d'espérer un relâchement des contraintes sur la stabilité du circuit de contrôle du mode commun de la structure différentielle. Comme pour les biquads compagnons, la synthèse peut être arbitrairement effectuée par l'intermédiaire de trois critères.

Critère de synthèse 1 :

La constante K_c fixant l'étendue des condensateurs (typiquement égale à un), et la constante K_g fixant le rapport entre les transconductances d'amortissement (typiquement égale à K_c), avec

$$Gm_{12} = Gm_{21} = Gm, \quad Gm_{22} = K_g Gm_{11}, \quad C_1 = C_0 \text{ et } C_2 = K_c C_0,$$

on détermine

$$Gm = \omega_0 C_0 \sqrt{K_c} \sqrt{1 - \frac{K_g/K_c}{Q_0^2(1 + K_g/K_c)^2}}, \quad Gm_{11} = \frac{Gm}{Q_0 \sqrt{K_c}} \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{K_g}{K_c}\right)^2 - \frac{K_g}{K_c} \frac{1}{Q_0^2}}}$$

et

$$Gm_{01} = K_{pbs} Gm \left(1 + \frac{\frac{K_g}{K_c}}{Q_0^2 \left(1 + \frac{K_g}{K_c}\right)^2 - \frac{K_g}{K_c}}\right).$$

Ainsi, pour être synthétisable le coefficient de qualité du passe-bas devra respecter la contrainte

$$Q_0 > \frac{\sqrt{K_g/K_c}}{1 + K_g/K_c}.$$

On notera, qu'avec $K_g = K_c$ on réalisera tous les coefficients de qualité supérieurs à 1/2, c'est à dire tous les biquads caractérisés par une paire de pôles complexes conjugués (c'est le cas de toutes les fonctions de transfert obtenues à partir d'une fonction d'approximation standard), et que pour les coefficients de qualité très supérieurs à l'unité les performances, en terme d'étendue des composants, du biquad normal sont pratiquement similaires à celles des biquads compagnons.

Critère de synthèse 2 :

La constante k_q fixant l'étendue des transconductances, avec

$$Gm_{12} = Gm_{21} = Gm = K_q Gm_{11} \text{ et } Gm_{22} = K_q Gm_{11},$$

on détermine

$$Gm = \omega_0 \sqrt{\frac{C_1 C_2}{1 + \frac{K_q}{K_q^2}}} \text{ et } Q_0 = \sqrt{C_1 C_2 \frac{1 + \frac{K_q}{K_q^2}}{(\frac{C_2}{K_q} + \frac{K_g C_1}{K_q})^2}},$$

puis, en posant $C_1 = C_0$, on obtient C_2 en résolvant l'équation du second degré

$$C_2^2 + C_2 C_0 (2K_g - \frac{K_g}{Q_0^2} - \frac{K_q^2}{Q_0^2}) + C_0^2 K_g^2 = 0.$$

La contrainte de réalisabilité sur le coefficient de qualité

$$Q_0 < \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{K_q^2}{K_g}}$$

conduit à choisir une valeur de K_q de l'ordre de Q_0^2 .

Critère de synthèse 3 :

Le troisième critère de synthèse permet une égalisation des amplitudes maximum en V1 et V2 par le jeu de transformation

$$\begin{aligned} C_1 &\longrightarrow C_1 \cdot K_v \\ Gm_{11} &\longrightarrow Gm_{11} \cdot K_v \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} C_2 &\longrightarrow C_2 / K_v. \\ Gm_{22} &\longrightarrow Gm_{22} / K_v. \end{aligned}$$

avec

$$K_v = V1_{max} / V2_{max}$$

4.3.1 Sensibilités aux composants passifs et actifs

Sensibilités à la valeur des condensateurs et des transconducteurs :

Les sensibilités des paramètres du biquad normal sont données par

$$S_{C_1}^{\omega_0} = S_{C_2}^{\omega_0} = -1/2 ,$$

$$S_{Gm_{12}}^{\omega_0} = S_{Gm_{21}}^{\omega_0} = \frac{1}{2} \frac{Gm_{12}Gm_{21}}{Gm_{12}Gm_{21} + Gm_{11}Gm_{22}}$$

$$S_{Gm_{11}}^{\omega_0} = S_{Gm_{22}}^{\omega_0} = \frac{1}{2} \frac{Gm_{11}Gm_{22}}{Gm_{12}Gm_{21} + Gm_{11}Gm_{22}}$$

et

$$S_{C_1}^{Q_0} = \frac{1}{2} - \frac{C_1Gm_{22}}{Gm_{11}C_2 + Gm_{22}C_1} , \quad S_{C_2}^{Q_0} = \frac{1}{2} - \frac{C_2Gm_{22}}{Gm_{11}C_2 + Gm_{22}C_1}$$

$$S_{Gm_{12}}^{Q_0} = S_{Gm_{21}}^{Q_0} = \frac{1}{2} \frac{Gm_{12}Gm_{21}}{Gm_{12}Gm_{21} + Gm_{11}Gm_{22}}$$

$$S_{Gm_{11}}^{Q_0} = \frac{1}{2} \frac{Gm_{11}Gm_{22}}{Gm_{12}Gm_{21} + Gm_{11}Gm_{22}} - \frac{C_2Gm_{11}}{Gm_{11}C_2 + Gm_{22}C_1} ,$$

$$S_{Gm_{22}}^{Q_0} = \frac{1}{2} \frac{Gm_{11}Gm_{22}}{Gm_{12}Gm_{21} + Gm_{11}Gm_{22}} - \frac{C_1Gm_{22}}{Gm_{11}C_2 + Gm_{22}C_1} ,$$

et

$$S_{Gm_{01}}^{K_{pbs}} = S_{Gm_{12}}^{K_{pbs}} = 1 ,$$

$$S_{Gm_{11}}^{K_{pbs}} = S_{Gm_{22}}^{K_{pbs}} = -\frac{Gm_{11}Gm_{22}}{Gm_{12}Gm_{21} + Gm_{11}Gm_{22}} ,$$

$$S_{Gm_{12}}^{K_{pbs}} = S_{Gm_{21}}^{K_{pbs}} = -\frac{Gm_{12}Gm_{21}}{Gm_{12}Gm_{21} + Gm_{11}Gm_{22}} .$$

Les sensibilités aux composants passifs et aux transconductance du biquad Gm/C normal sont globalement supérieures aux sensibilités des biquads compagnons, mais il n'en demeure pas moins qu'elles sont faibles, puisque inférieures à l'unité.

Prise en compte des non idéalités des transconducteurs :

En considérant la fonction de transfert du biquad normal générique imparfaite, pour les pôles, avec

$$\eta = \frac{K_g}{K_c} , \quad \frac{\omega_0^a}{Q_0^a} = \frac{\omega_0}{Q_0} \frac{1}{1 + \eta} \quad \text{et} \quad \frac{\omega_0^b}{Q_0^b} = \frac{\omega_0}{Q_0} \frac{\eta}{1 + \eta}$$

on peut écrire

$$\omega_{0ni} = \sqrt{\frac{\omega_0^2 + \frac{\omega_0^a}{Q_0^a} \frac{1}{\tau_1^b} + \frac{\omega_0^b}{Q_0^b} \frac{1}{\tau_1^a} + \frac{1}{\tau_1^a \tau_1^b}}{1 - \frac{\omega_0^a}{Q_0^a} \tau_2^a - \frac{\omega_0^b}{Q_0^b} \tau_2^b + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}},$$

ainsi que

$$Q_{0ni} = \frac{\sqrt{(\omega_0^2 + \frac{\omega_0^a}{Q_0^a} \frac{1}{\tau_1^b} + \frac{\omega_0^b}{Q_0^b} \frac{1}{\tau_1^a} + \frac{1}{\tau_1^a \tau_1^b})(1 - \frac{\omega_0^a}{Q_0^a} \tau_2^a - \frac{\omega_0^b}{Q_0^b} \tau_2^b + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b)}}{\frac{\tau_1^a + \tau_1^b}{\tau_1^a \tau_1^b} + \frac{\omega_0^a}{Q_0^a} (1 - \frac{\tau_2^a}{\tau_1^a}) + \frac{\omega_0^b}{Q_0^b} (1 - \frac{\tau_2^b}{\tau_1^b}) - \omega_0^2 (\tau_2^a + \tau_2^b)}.$$

Comme pour les biquads compagnons il est possible d'effectuer une prédistorsion analytique pour assurer un positionnement nominal des pôles du biquad passe-bas. Les valeurs à considérer pour les deux constantes de temps sont respectivement

$$\tau_1^a = \frac{C_1}{G_{s21} + G_{s11} + G_{s01}} \quad \text{et} \quad \tau_1^b = \frac{C_2}{G_{s12} + G_{s22}}.$$

Quant aux coefficients non-idéaux du numérateur, ils sont exprimables formellement par

$$n_2 = \frac{K_{pbs} \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}{1 - \frac{\omega_0^a}{Q_0^a} \tau_2^a - \frac{\omega_0^b}{Q_0^b} \tau_2^b + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}, \quad n_1 = -\frac{K_{pbs} \omega_0^2 (\tau_2^a + \tau_2^b)}{1 - \frac{\omega_0^a}{Q_0^a} \tau_2^a - \frac{\omega_0^b}{Q_0^b} \tau_2^b + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b} \quad \text{et} \quad n_0 = \frac{K_{pbs} \omega_0^2}{1 - \frac{\omega_0^a}{Q_0^a} \tau_2^a - \frac{\omega_0^b}{Q_0^b} \tau_2^b + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}$$

Comme pour les biquads compagnons, la correction analytique du gain statique est réalisable, mais les coefficients n_1 et n_2 introduiront un biais sur la fonction de transfert réalisée si les transconducteurs présentent un deuxième pôle insuffisamment éloigné de leur fréquence de transition.

5 Synthèse du biquad passe-bande Gm/C

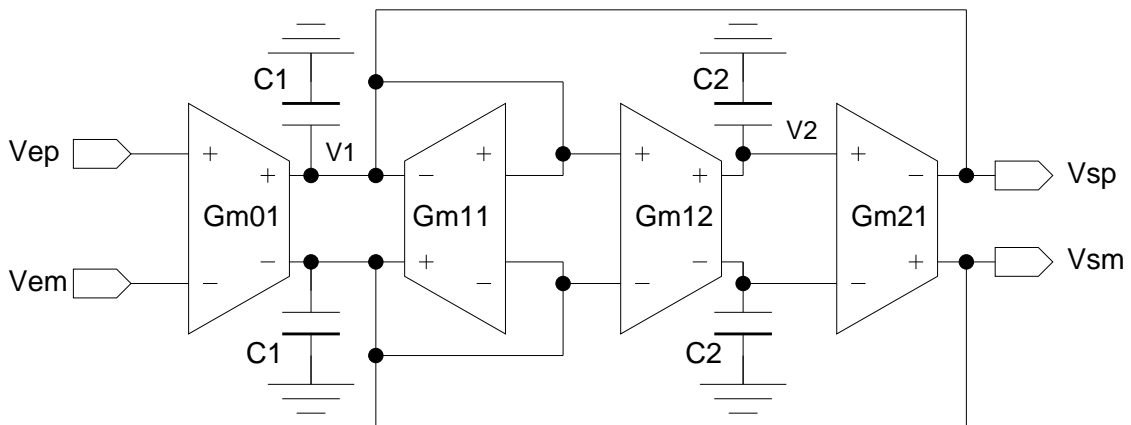


FIGURE 19 –

Biquad compagnon Gm/C passe-bande

La fonction de transfert à synthétiser peut être mise sous la forme canonique

$$T(p) = K_{pbd} \frac{\frac{\omega_0}{Q_0} p}{p^2 + \frac{\omega_0}{Q_0} p + \omega_0^2}.$$

Elle est directement réalisable sur la sortie du premier intégrateur du premier biquad passe bas compagnion (*figure 19*) avec

$$\frac{Vs}{Ve} = \frac{\frac{Gm_{01}}{C_1} p}{p^2 + \frac{Gm_{11}}{C_1} p + \frac{Gm_{12}Gm_{21}}{C_1C_2}}.$$

Par identification, on obtient le jeu de paramètres de synthèse

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{Gm_{12}Gm_{21}}{C_1C_2}}, \quad Q_0 = \frac{\sqrt{Gm_{12}Gm_{21}}}{Gm_{11}} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \quad \text{et} \quad K_{pbd} = \frac{Gm_{01}}{Gm_{11}}.$$

Les pôles de la fonction passe-bande étant identiques aux pôles de la fonction passe-bas, les procédures de détermination des composants sont identiques. Ainsi, avec le premier critère de synthèse on détermine

$$Gm = \omega_0 C_0 \sqrt{K_c}, \quad Gm_{11} = \frac{Gm}{Q_0} \sqrt{K_c} \quad \text{et} \quad Gm_{01} = K_{pbd} Gm_{11},$$

avec le deuxième critère de synthèse et

$$Gm_{12} = Gm_{21} = K_q Gm_{11} = Gm,$$

on détermine

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{Q_0^2}{K_q^2}$$

et avec le troisième critère de synthèse on égalise les amplitudes maximum en V1 et V2 par le jeu de transformation

$$\begin{aligned} C_1 &\longrightarrow C_1 \cdot K_v \\ Gm_{11} &\longrightarrow Gm_{11} / K_v. \end{aligned}$$

et

$$C_2 \longrightarrow C_2 / K_v.$$

Les sensibilités passives pour ω_0 et Q_0 sont également identiques, et pour le gain, on peut calculer

$$S_{Gm_{01}}^{K_{pbd}} = 1 \quad \text{et} \quad S_{Gm_{11}}^{K_{pbd}} = -1.$$

La prise en compte des imperfections actives affectant le numérateur s'effectue avec

$$n_2 = -\frac{K_{pbd} \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}, \quad n_1 = \frac{K_{pbd} \frac{\omega_0}{Q_0} (1 - \frac{\tau_2^a}{\tau_1^b})}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b} \quad \text{et} \quad n_0 = \frac{K_{pbd} \frac{\omega_0}{Q_0} \frac{1}{\tau_1^b}}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}$$

ils montrent qu'une correction analytique du gain à la résonance est réalisable, mais que les coefficients n_0 et n_2 sont susceptibles d'introduire un biais sur la fonction de transfert réalisée.

La *figure 20* montre les résultats issus d'une simulation, sous les mêmes conditions que le passe-bas, les transconducteurs sont macromodélisés par un dispositif à un pôle réel avec un gain statique de 30dB (31.6) ou un dispositif à deux pôles réels avec un gain statique de 30dB et une marge de phase de 89.5° . L'effectivité de la correction analytique est encore clairement établie pour le premier modèle mais pas pour le second modèle.

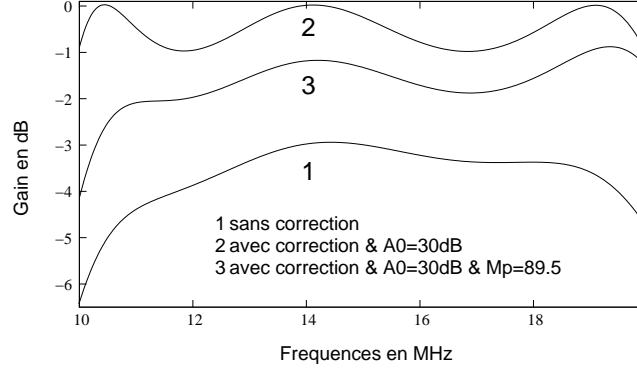


FIGURE 20 –

Résultats de simulation passe-bande de Tchébyscheff d'ordre 6
 $A_{max}=1dB$ $F_{pa}=10MHz$ $F_{pb}=20MHz$
biquad 1 avec $Q_0=6.05$, biquad 2 avec $Q_0=6.05$ et biquad 3 avec $Q_0=2.082$

6 Synthèse du biquad résonateur passe-bas Gm/C

Le biquad résonateur passe-bas correspond à la forme canonique

$$T(p) = K_{res} \frac{p + \rho_q}{p^2 + \frac{\omega_0}{Q_0}p + \omega_0^2},$$

il est d'une utilisation très peu courante en filtrage, et sa mise en œuvre se fait principalement avec ρ_q positif. La fonction ainsi synthétisée correspond au passe-bande de Lerner, principalement utilisé pour la conception des filtres passe-bande à symétrie arithmétique [?], dans ce cas, la structure de filtrage n'est pas réalisée sous forme cascade, mais par une mise en parallèle des biquads.

Le biquad de la *figure 21* synthétise en V_1 la fonction de transfert

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{Gm_{01}}{C_1} \frac{p - K_{02} \frac{Gm_{02}Gm_{21}}{Gm_{01}C_2}}{p^2 + \frac{Gm_{11}}{C_1}p + \frac{Gm_{12}Gm_{21}}{C_1C_2}}.$$

Avec $K_{02} = -1$ on réalise les valeurs de ρ_q positives et avec $K_{02} = +1$ on réalise les valeurs de ρ_q négatives. La détermination des transconductances et des condensateurs fixant les pôles, s'effectue comme pour le biquad passe-bas compagnon. Pour la fixation des coefficients du numérateur, elle est effective avec

$$Gm_{01} = K_{res} C_1 \text{ et } K_{02}Gm_{02} = \rho_q C_2 \frac{Gm_{01}}{Gm_{21}}.$$

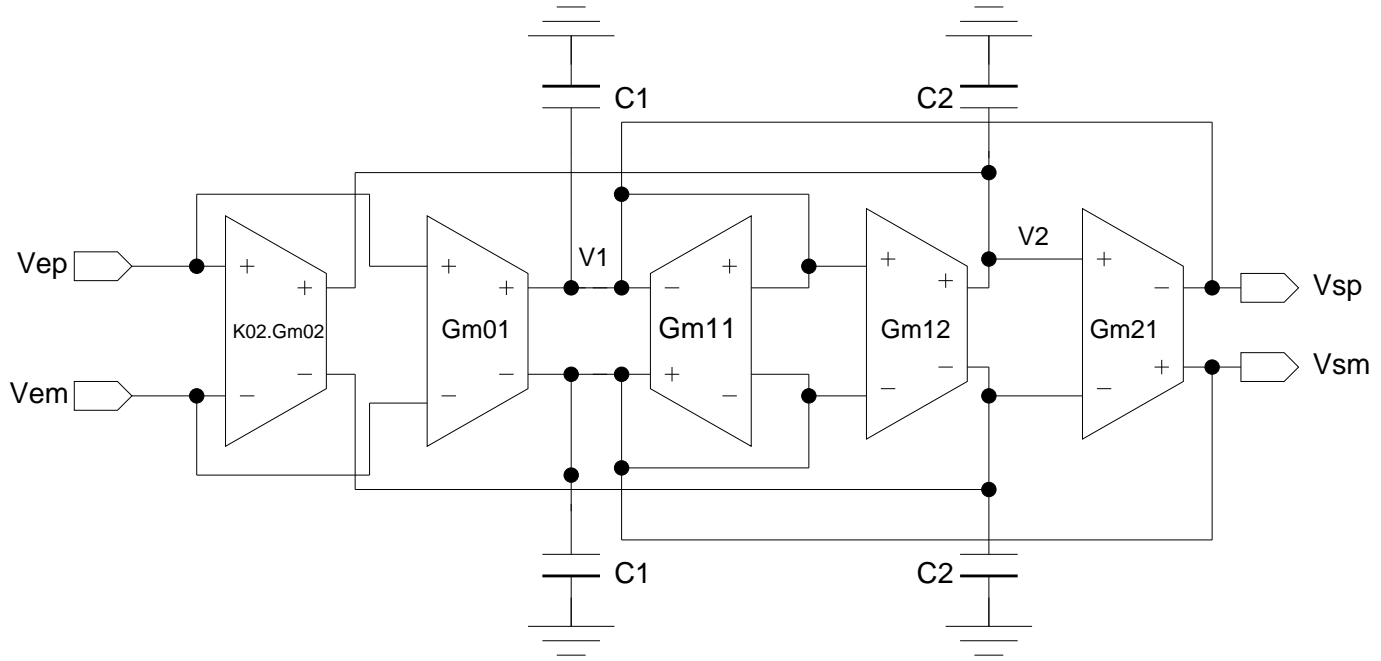


FIGURE 21 –

Le biquad résonateur passe-bas Gm/C

On notera que K_{res} et ρ_q ont la même dimension et sont normalement du même ordre de grandeur que ω_0/Q_0 . En terme de sensibilités passives on doit considérer le jeu d'indices

$$S_{Gm01}^{K_{res}} = 1, S_{C_1}^{K_{res}} = -1$$

ainsi que

$$S_{Gm21}^{\rho_q} = S_{Gm02}^{\rho_q} = 1 \text{ et } S_{Gm01}^{\rho_q} = S_{C_2}^{\rho_q} = -1.$$

Quant à la prise en compte des sensibilités actives, elle est obtenue en considérant les coefficients du numérateur

$$n_2 = K_{res} \frac{-\tau_2^a - K_{02}\rho_q\tau_2^a\tau_2^b}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0}\tau_2^a + \omega_0^2\tau_2^a\tau_2^b}, \quad n_1 = K_{res} \frac{1 - \frac{\tau_1^a}{\tau_1^b} + K_{02}\rho_q\tau_2^a\tau_2^b}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0}\tau_2^a + \omega_0^2\tau_2^a\tau_2^b} \text{ et } n_0 = K_{res} \frac{\frac{1}{\tau_1^b} - K_{02}\rho_q}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0}\tau_2^a + \omega_0^2\tau_2^a\tau_2^b}.$$

7 Synthèse des autres biquads Gm/C

La synthèse des fonctions du deuxième ordre, autres que le passe-bas, le passe-bande et le résonateur passe-bas est réalisées uniquement par injection du signal d'entrée, nécessite l'utilisation d'un ou deux condensateurs flottants. De part l'absence de masse virtuelle structurelle, ces condensateurs sont en division capacitive avec les condensateurs d'intégration, ainsi, ils impliquent l'ajout de capacités parasites, ils imposent des contraintes sur la constante de gain réalisable (< 1), ils interviennent dans l'expression des pôles de la fonction de transfert, et surtout, ils interdisent le cascading des cellules. On notera toutefois que la plupart des filtres Gm/C pratiques sont des passe-bas

(quelque fois des passe-bande) avec des contraintes portant sur l'amplitude et la phase (temps de propagation de groupe T.P.G. relativement plat), conduisant à l'utilisation de fonctions de transfert d'ordre typiquement inférieur ou égal à sept, obtenues par une approximation de Bessel, de Butterworth ou à phase linéaire, synthétisable par une cascade constituée de sections avec un coefficient de qualité normalement inférieur à cinq. Les filtres utilisés pour la lecture et l'écriture sur les disques durs, (filtres passe-bas haute fréquence avec un T.P.G. suffisamment plat pour minimiser l'interférence inter-symbole) nécessitent une conformation d'amplitude (gain programmable), généralement réalisée par une paire de zéro réels symétriques par rapport à l'axe imaginaire du plan de la variable complexe, afin de ne pas modifier les spécifications de phase, et synthétisés par l'ajout d'un numérateur en $p^2 - \omega_z^2$ sur une des sections passe-bas [?] [?].

7.1 Synthèse avec sommation des variables d'état

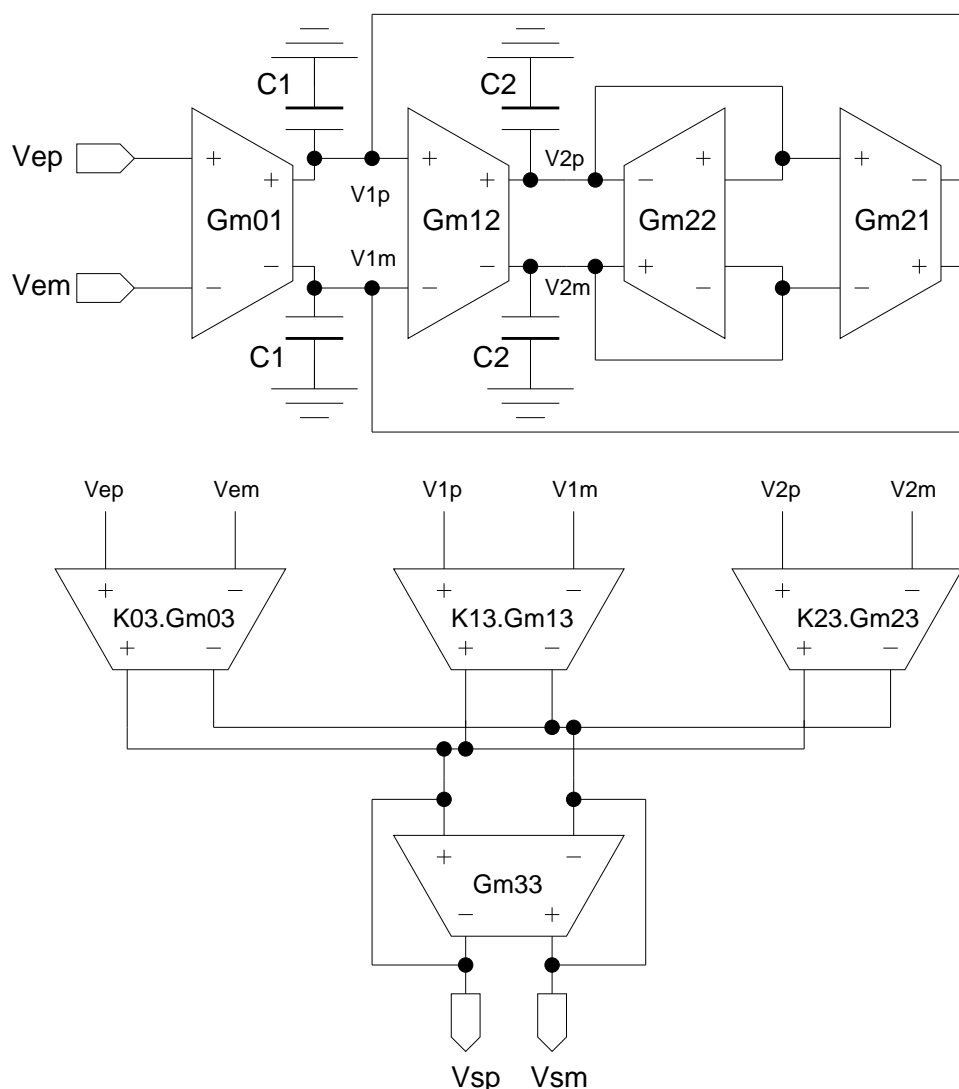


FIGURE 22 –

Le biquad Gm/C avec sommation des variables d'état

Le biquad de la *figure 22*, réalisant les zéros d'une fonction biquadratique par

sommation des variables d'état, palie les problèmes liés à l'utilisation de condensateurs flottants, au prix de l'utilisation de quatre transconducteurs supplémentaires (trois si Gm_{33} est une résistance). Toutefois, l'impact sur la consommation peut être limité, par le fait que la charge capacitive des transconducteurs, réalisant la sommation pondérée, est normalement très inférieure aux capacités d'intégration. Les sorties en $V1$ et $V2$ étant respectivement les sorties du biquad passe-bande et passe-bas, la fonction de transfert idéale de la cellule

$$\frac{Vs}{Ve} = K_{03} \frac{Gm_{03}}{Gm_{33}} \frac{p^2 + \frac{Gm_{11}}{C_1} (1 + \frac{K_{13} Gm_{13}}{K_{03} Gm_{03}} \frac{Gm_{01}}{Gm_{11}}) p + \frac{Gm_{12} Gm_{21}}{C_1 C_2} (1 + \frac{K_{23} Gm_{23}}{K_{03} Gm_{03}} \frac{Gm_{01}}{Gm_{21}})}{p^2 + \frac{Gm_{11}}{C_1} p + \frac{Gm_{12} Gm_{21}}{C_1 C_2}}$$

permet la réalisation de n'importe quelle fonction biquadratique. D'autre part, compte tenu des imperfections des transconducteurs, en considérant la fonction de transfert associée au graphe fonctionnel du second biquad générique de la *figure 11*, on peut écrire

$$\frac{Vs}{Ve} = \frac{n_2 p^2 + n_1 p + n_0}{p^2 + d_1 p + d_0}$$

avec

$$d_1 = \frac{\frac{1}{\tau_1^a} + \frac{1}{\tau_1^b} + \frac{\omega_0}{Q_0} (1 - \frac{\tau_2^b}{\tau_1^b}) + \omega_0^2 (\tau_2^a + \tau_2^b)}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}$$

$$d_0 = \frac{\frac{1}{\tau_1^a \tau_1^b} + \frac{\omega_0}{Q_0} \frac{1}{\tau_1^b} + \omega_0^2}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}$$

ainsi que

$$n_2 = \frac{K_{03} \frac{Gm_{03}}{Gm_{33}} (1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b) - K_{13} \frac{Gm_{13}}{Gm_{33}} \frac{Gm_{01}}{Gm_{11}} \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + K_{23} \frac{Gm_{23}}{Gm_{33}} \frac{Gm_{01}}{Gm_{21}} \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}$$

$$n_1 = \frac{K_{03} \frac{Gm_{03}}{Gm_{33}} (\frac{1}{\tau_1^a} + \frac{1}{\tau_1^b} + \frac{\omega_0}{Q_0} (1 - \frac{\tau_2^b}{\tau_1^b}) + \omega_0^2 (\tau_2^a + \tau_2^b)) + K_{13} \frac{Gm_{13}}{Gm_{33}} \frac{Gm_{01}}{Gm_{11}} \frac{\omega_0}{Q_0} (1 - \frac{\tau_2^b}{\tau_1^b}) + K_{23} \frac{Gm_{23}}{Gm_{33}} \frac{Gm_{01}}{Gm_{21}} \omega_0^2 (\tau_2^a + \tau_2^b)}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}$$

$$n_0 = \frac{K_{03} \frac{Gm_{03}}{Gm_{33}} (\frac{1}{\tau_1^a \tau_1^b} + \frac{\omega_0}{Q_0} \frac{1}{\tau_1^b} + \omega_0^2) + K_{13} \frac{Gm_{13}}{Gm_{33}} \frac{Gm_{01}}{Gm_{11}} \frac{\omega_0}{Q_0} \frac{1}{\tau_1^b} + K_{23} \frac{Gm_{23}}{Gm_{33}} \frac{Gm_{01}}{Gm_{21}} \omega_0^2}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}.$$

7.2 Synthèse des biquads passe-haut Gm/C

La fonction de transfert à synthétiser est caractérisée par la forme canonique

$$T(p) = K_{pht} \frac{p^2}{p^2 + \frac{\omega_0}{Q_0} p + \omega_0^2}.$$

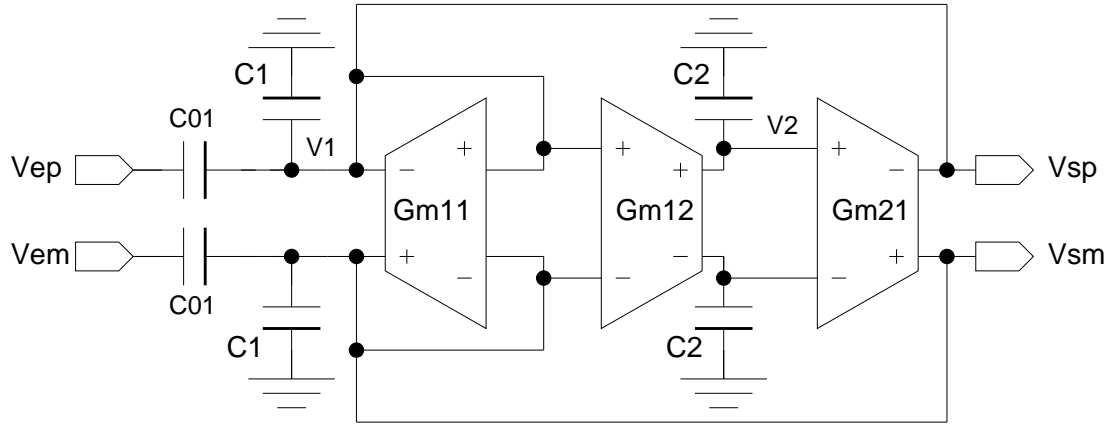


FIGURE 23 –

Le biquad passe-haut Gm/C avec condensateurs flottants

7.2.1 Réalisation avec condensateurs flottants

Le biquad de la *figure 23* synthétise en $V1$ la fonction de transfert

$$\frac{Vs}{Ve} = \frac{C_{01}}{C_1 + C_{01}} \frac{p^2}{p^2 + \frac{Gm_{11}}{C_1 + C_{01}}p + \frac{Gm_{12}Gm_{21}}{(C_1 + C_{01})C_2}},$$

et par identification avec la forme canonique, il a pour paramètres de synthèse

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{Gm_{12}Gm_{21}}{(C_1 + C_{01})C_2}}, \quad Q_0 = \frac{\sqrt{Gm_{12}Gm_{21}}}{Gm_{11}} \sqrt{\frac{C_1 + C_{01}}{C_2}} \quad \text{et} \quad K_{pht} = \frac{C_{01}}{C_1 + C_{01}}.$$

Comme pour les biquads compagnons précédents on peut déterminer la valeur des composants à partir des mêmes trois critères de synthèse arbitraires.

Critère de synthèse 1 :

Le gain à fréquence infinie devant être strictement inférieur à l'unité, C_1 étant posée égale C_0 , et avec $K_c = C_2/C_1$, on détermine

$$C_{01} = \frac{K_{pht}}{1 - K_{pht}} C_1, \quad Gm_{12} = Gm_{21} = Gm = \omega_0 C_1 \sqrt{\frac{K_c}{1 - K_{pht}}} \quad \text{et} \quad Gm_{11} = \frac{Gm}{Q_0 \sqrt{K_c(1 - K_{pht})}}.$$

Critère de synthèse 2 :

Avec

$$Gm_{12} = Gm_{21} = K_q Gm_{11} = Gm,$$

l'étendue du rapport des capacités d'intégration est donnée par

$$\frac{C_1}{C_2} = (1 - K_{pht}) \frac{Q_0^2}{K_q^2}.$$

Critère de synthèse 3 :

L'égalisation des maxima en $V1$ et $V2$ est obtenue avec

$$K_v = V2_{max}/V1_{max}$$

et le jeu de transformations

$$\begin{aligned} C_1 &\longrightarrow C_1/K_v \\ Gm_{11} &\longrightarrow Gm_{11}/K_v \\ C_{01} &\longrightarrow C_{01}/K_v \end{aligned}$$

et

$$C_2 \longrightarrow C_2 \cdot K_v.$$

Sensibilités aux condensateurs et aux transconductances

A partir des équations de synthèse, on peut calculer les différents indices de sensibilités passives

$$S_{Gm_{12}}^{\omega_c} = S_{Gm_{21}}^{\omega_c} = \frac{1}{2}, \quad S_{C_2}^{\omega_c} = -\frac{1}{2}, \quad S_{C_1}^{\omega_c} = -\frac{1}{2} \frac{C_1}{C_1 + C_{01}} \text{ et } S_{C_{01}}^{\omega_c} = -\frac{1}{2} \frac{C_{01}}{C_1 + C_{01}}.$$

Toutes les sensibilités sont faibles, puisque de module inférieur ou égal à 1.

Sensibilités actives

Les expressions analytiques de la pulsation de résonance et du coefficient de qualité imparfaits sont formellement identiques aux expressions analytiques correspondantes du passe-bas (C_1 est simplement remplacé par $C_1 + C_{01}$), et conformément à la modélisation adoptée pour les modules élémentaires constitutifs imparfaits du biquad, la constante de temps associée au premier intégrateur, s'écrit

$$\tau_1^a = \frac{C_1 + C_{01}}{G_{S21} + G_{S11}}.$$

Quant aux coefficients du numérateur activement imparfaits, ayant pour valeur

$$n_2 = K_{pht} \frac{1}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}, \quad n_1 = K_{pht} \frac{1/\tau_1^b}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b} \text{ et } n_0 = 0,$$

ils montrent un biais sur le gain à l'infini, uniquement fonction de la position du deuxième pôle et compensable analytiquement, et un biais sur le terme en p , incompressible analytiquement et fonction du gain statique fini du premier intégrateur.

7.2.2 Réalisation avec sommation des variables d'état

La fonction du deuxième ordre passe-haut est synthétisable à partir du dispositif de la *figure 22*, en posant

$$K_{03} = +1, \quad K_{13} = -1, \quad K_{23} = -1,$$

et avec

$$\frac{Gm_{23}}{Gm_{03}} = \frac{Gm_{21}}{Gm_{01}} \text{ et } \frac{Gm_{13}}{Gm_{03}} = \frac{Gm_{11}}{Gm_{01}}.$$

Les transconductances fixant les pôles du biquad sont déterminées comme pour le biquad passe-bas compagnon, et la transconductance fixant le gain a pour valeur

$$Gm_{33} = \frac{Gm_{03}}{K_{pht}}.$$

La transconductance Gm_{01} peut typiquement être choisie pour régler l'amplitude maximum en $V1$ et en $V2$, et la transconductance Gm_{03} est choisie en sachant que sa valeur impactera directement la consommation du circuit. D'autre part, si on effectue un calage des tensions en sortie des deux intégrateurs (troisième critère de synthèse), la transconductance de Gm_{13} devra être calé comme Gm_{11} .

En terme de sensibilités passives, pour le gain, il conviendra de considérer

$$S_{Gm_{03}}^{K_{pht}} = 1 \text{ et } S_{Gm_{33}}^{K_{pht}} = -1.$$

Quant à l'annulation du terme en p et du terme constant du numérateur, elle est réalisable avec une bonne précision, puisqu'elle n'est assujettie qu'à des rapports de transconductances, normalement réalisables avec un bon appariement. Les non-idéalités actives, peuvent être prises en compte en considérant la fonction de transfert imparfaite du biquad avec sommation des variables d'état. On détermine ainsi

$$n_2 = K_{pht} \frac{1 - 2 \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b},$$

$$n_1 = K_{pht} \frac{\frac{1}{\tau_1^a} + \frac{1}{\tau_1^b}}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}$$

et

$$n_0 = K_{pht} \frac{\frac{1}{\tau_1^a \tau_1^b}}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}.$$

7.3 Synthèse des biquads réjecteur et conformateur d'amplitude

La fonction de transfert à synthétiser est caractérisée par la forme canonique

$$T(p) = K_{rej} \frac{p^2 \pm \omega_z^2}{p^2 + \frac{\omega_0}{Q_0} p + \omega_0^2},$$

le signe positif au numérateur correspond à la fonction réjectrice pour laquelle la fonction de transfert s'annule à la fréquence ω_z (typique d'une fonction d'approximation de Caer ou de Tchébycheff inverse), alors que le signe négatif correspond au conformateur d'amplitude.

7.3.1 Réalisation avec condensateurs flottants

Le biquad de la *figure 24* est caractérisé par la fonction de transfert

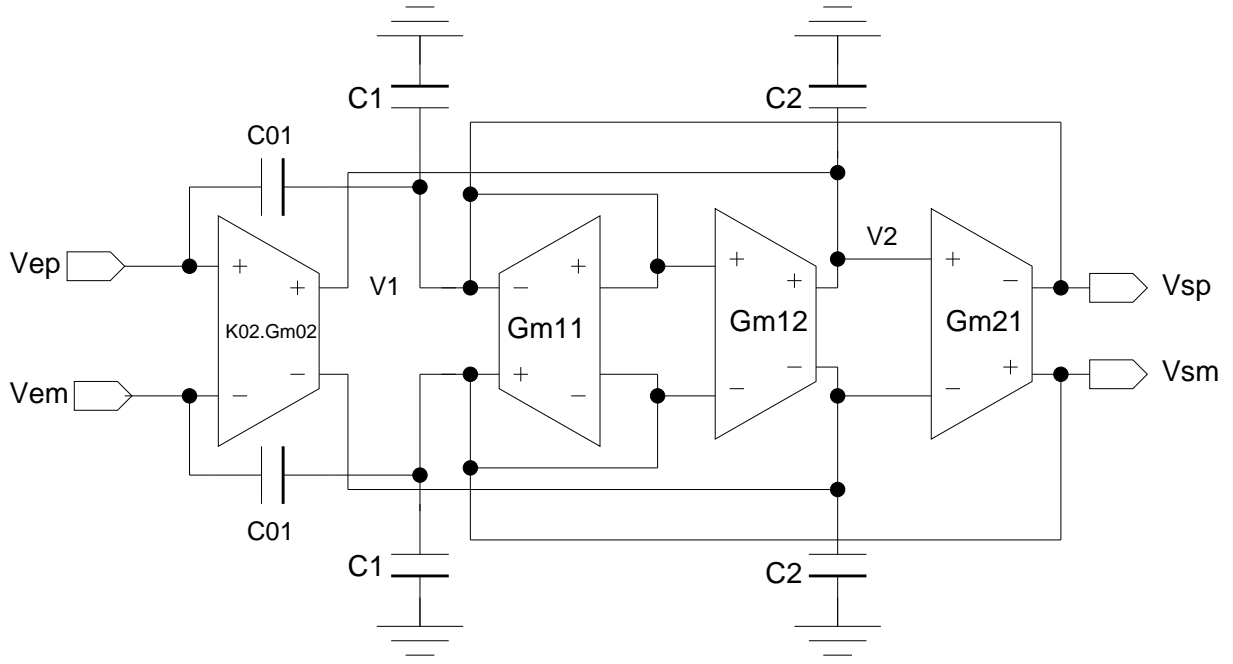


FIGURE 24 –

Le biquad réjecteur Gm/C avec condensateurs flottants

$$\frac{Vs}{Ve} = \frac{C_{01}}{C_1 + C_{01}} \frac{p^2 - K_{02} \frac{Gm_{02} Gm_{21}}{C_{01} C_2}}{p^2 + \frac{Gm_{11}}{C_1 + C_{01}} p + \frac{Gm_{12} Gm_{21}}{(C_1 + C_{01}) C_2}}.$$

Il permet la synthèse de la fonction réjectrice avec $K_{02} = -1$ et la conformation d'amplitude avec $K_{02} = +1$. La détermination des transconductances et des condensateurs fixant les pôles et le gain, s'effectue comme pour le biquad passe-haut. Pour la fixation du zéro, on doit réaliser

$$Gm_{02} = \frac{C_{01} C_2}{Gm_{21}} \omega_z^2,$$

impliquant le jeu de sensibilités passives

$$S_{Gm_{21}}^{\omega_z} = S_{Gm_{02}}^{\omega_z} = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad S_{C_{01}}^{\omega_z} = S_{C_2}^{\omega_z} = -\frac{1}{2}.$$

Si on considère les imperfections actives des transconducteurs, on obtient pour le numérateur

$$n_2 = K_{rej} \frac{1 - K_{02} \omega_z^2 \tau_2^a \tau_2^b}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b},$$

$$n_1 = K_{rej} \frac{\frac{1}{\tau_1^b} + K_{02} \omega_z^2 (\tau_2^a + \tau_2^b)}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}$$

et

$$n_0 = K_{rej} \frac{K_{02} \omega_z^2}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}.$$

On notera la relative insensibilité de la pulsation de réjection, qui peut facilement être compensée analytiquement, en considérant l'expression

$$\omega_{zni} = \frac{\omega_z}{\sqrt{1 + \omega_z^2 \tau_2^a \tau_2^b}},$$

alors que le biais sur la fonction de transfert du biquad correspondant au coefficient n_1 , ne le peut pas.

7.3.2 Réalisation avec sommation des variables d'état

Les fonctions du deuxième ordre réjectrice et conformatrice sont synthétisables à partir du dispositif de la *figure 22*, en considérant une première configuration avec un terme constant négatif au numérateur (conformateur d'amplitude) ou avec une pulsation de réjection inférieure ou égale à la pulsation de résonance (respectivement passe-haut réjecteur et réjecteur symétrique), et une seconde configuration pour laquelle la pulsation de réjection est supérieure à la pulsation de résonance (passe-bas réjecteur). Ainsi, le premier cas est réalisable avec $K_{23} = -1$ et le second avec $K_{23} = +1$. D'autre part, en se donnant

$$K_{03} = +1, K_{13} = -1 \text{ et } \frac{Gm_{13}}{Gm_{03}} = \frac{Gm_{11}}{Gm_{01}}$$

on détermine

$$Gm_{33} = \frac{Gm_{03}}{K_{rej}} \text{ et } K_{23}Gm_{23} = K_{rej}\left(\frac{\omega_z^2}{\omega_0^2} - 1\right) \frac{Gm_{21}}{Gm_{01}} Gm_{33}.$$

On notera que contrairement au biquad avec injection capacitive pour lequel il est impossible de fixer la pulsation de réjection indépendamment des pôles, une programmation de la valeur de ω_z peut aisément être effectuée.

Les transconductances fixant les pôles du biquad ainsi que Gm_{01} et Gm_{03} sont déterminés selon la procédure utilisée pour le passe-haut. En terme de sensibilités passives, on notera qu'elles sont toutes de module inférieur ou égal à 1/2, et que la position relative de la fréquence de réjection vis à vis de la fréquence de résonance est fixée avec précision par des rapports de transconductances. Pour la prise en compte des imperfections des transconducteurs, on devra considérer les coefficients du numérateur

$$n_2 = K_{rej} \frac{1 - 2\frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2(1 + K_{23}(\frac{\omega_z^2}{\omega_0^2} - 1))\tau_2^a \tau_2^b}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b},$$

$$n_1 = K_{rej} \frac{\frac{1}{\tau_1^a} + \frac{1}{\tau_1^b} + \omega_0^2(1 + K_{23}(\frac{\omega_z^2}{\omega_0^2} - 1))(\tau_2^a + \tau_2^b)}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}$$

et

$$n_0 = K_{rej} \frac{\frac{1}{\tau_1^a \tau_1^b} + \omega_0^2(1 + K_{23}(\frac{\omega_z^2}{\omega_0^2} - 1))}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}.$$

L'expression

$$\omega_{zni} = \sqrt{\frac{\frac{1}{\tau_1^a \tau_1^b} + \omega_0^2(1 + K_{23}(\frac{\omega_z^2}{\omega_0^2} - 1))}{1 - 2\frac{\omega_0}{Q_0}\tau_2^a + \omega_0^2(1 + K_{23}(\frac{\omega_z^2}{\omega_0^2} - 1))\tau_2^a \tau_2^b}}$$

montre une plus forte sensibilité de la fréquence de réjection aux imperfections des transconducteurs du biquad avec sommation comparativement au biquad avec injection capacitive.

7.4 Synthèse des biquads avec numérateur complet

La fonction de transfert biquadratique à synthétiser peut être mise sous la forme canonique générique

$$T(p) = K_{quel} \frac{p^2 \pm \frac{\omega_z}{Q_z}p \pm \omega_z^2}{p^2 + \frac{\omega_0}{Q_0}p + \omega_0^2},$$

la fonction de transfert particulière

$$T(p) = K_{quel} \frac{p^2 - \frac{\omega_0}{Q_0}p + \omega_0^2}{p^2 + \frac{\omega_0}{Q_0}p + \omega_0^2}.$$

correspondant au cas de l'égaliseur de phase (module unitaire et phase paramétrable).

7.4.1 Réalisation avec condensateurs flottants

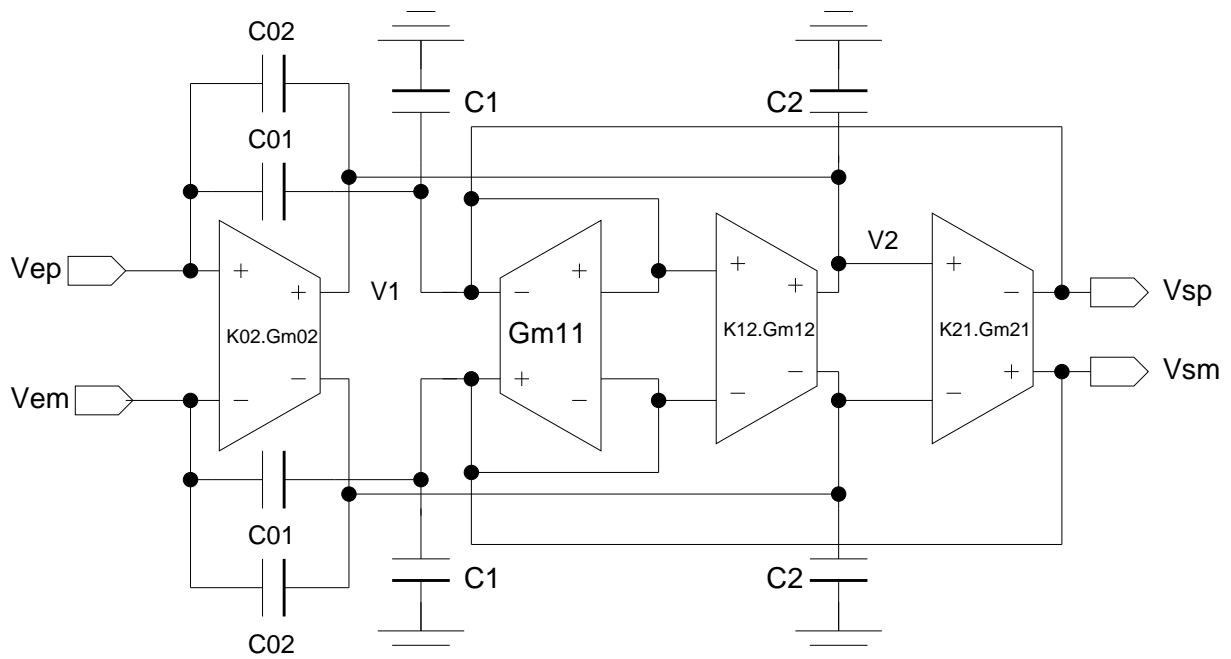


FIGURE 25 –

Le biquad avec numérateur complet Gm/C avec condensateurs flottants

Le biquad de la *figure 25* synthétise en $V1$ et avec $K_{02} = +1$ et $K_{12} = +1$ et $K_{21} = -1$, la fonction de transfert

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{C_{01}}{C_1 + C_{01}} \frac{p^2 - K_{21} \frac{Gm_{21} C_{02}}{C_{01}(C_2 + C_{02})} p - K_{02} K_{21} \frac{Gm_{02} Gm_{21}}{C_{01}(C_2 + C_{02})}}{p^2 + \frac{Gm_{11}}{C_1 + C_{01}} p + \frac{Gm_{12} Gm_{21}}{(C_1 + C_{01})(C_2 + C_{02})}}.$$

Ainsi, pour le numérateur,

avec $K_{02} = +1$, $K_{12} = -1$ et $K_{21} = +1$ on réalise $p^2 + \frac{Gm_{21} C_{02}}{C_{01}(C_2 + C_{02})} p + \frac{Gm_{02} Gm_{21}}{C_{01}(C_2 + C_{02})}$,

avec $K_{02} = -1$, $K_{12} = -1$ et $K_{21} = +1$ on réalise $p^2 + \frac{Gm_{21} C_{02}}{C_{01}(C_2 + C_{02})} p - \frac{Gm_{02} Gm_{21}}{C_{01}(C_2 + C_{02})}$,

avec $K_{02} = -1$, $K_{12} = +1$ et $K_{21} = -1$ on réalise $p^2 - \frac{Gm_{21} C_{02}}{C_{01}(C_2 + C_{02})} p + \frac{Gm_{02} Gm_{21}}{C_{01}(C_2 + C_{02})}$
et

avec $K_{02} = +1$, $K_{12} = +1$ et $K_{21} = -1$ on réalise $p^2 - \frac{Gm_{21} C_{02}}{C_{01}(C_2 + C_{02})} p - \frac{Gm_{02} Gm_{21}}{C_{01}(C_2 + C_{02})}$.

Par identification avec la forme canonique, on obtient les paramètres de synthèse

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{Gm_{12} Gm_{21}}{(C_1 + C_{01})(C_2 + C_{02})}}, \quad Q_0 = \frac{\sqrt{Gm_{12} Gm_{21}}}{Gm_{11}} \sqrt{\frac{C_1 + C_{01}}{C_2 + C_{02}}}$$

$$\omega_z = \sqrt{\frac{Gm_{02} Gm_{21}}{C_{01}(C_2 + C_{02})}}, \quad Q_z = \sqrt{\frac{Gm_{02}}{Gm_{21}} \frac{\sqrt{C_{01}(C_2 + C_{02})}}{C_{02}}} \quad \text{et} \quad K_{quel} = \frac{C_{01}}{C_1 + C_{01}}.$$

Le calage de la tension $V1$ sur la tension $V2$ étant impossible sans modification de la fonction de transfert, la valeur des composants ne peut être déterminée qu'à partir des deux premiers critères de synthèse arbitraires, utilisés pour les biquads précédents.

Critère de synthèse 1 :

Le gain à fréquence infinie devant être strictement inférieur à l'unité, C_1 étant posée égale C_0 , en se donnant $K_c = C_2/C_1$, et avec

$$C_{01} = \frac{K_{quel}}{1 - K_{quel}} C_1, \quad Gm_{02} = K_{quel} \frac{\omega_z^2}{\omega_0^2} Gm_{12},$$

en posant

$$\alpha = \frac{Gm_{12}}{Gm_{21}} \frac{\omega_z^2}{\omega_0^2} K_{quel} C_{01}$$

on détermine

$$C_{02} = 0,5 \frac{\alpha}{Q_z^2} \left(1 + \sqrt{1 + 4 \frac{C_2 Q_z^2}{\alpha}}\right)$$

permettant le calcul de

$$Gm_{12} = Gm_{21} = Gm = \omega_0 \sqrt{(C_1 + C_{01})(C_2 + C_{02})} \quad \text{et} \quad Gm_{11} = \frac{\omega_0}{Q_0} \frac{C_1}{1 - K_{quel}}.$$

Critère de synthèse 2 :

En posant $C_1 = C_0$ avec

$$C_{01} = \frac{K_{quel}}{1 - K_{quel}} C_1, \quad Gm_{02} = K_{quel} \frac{\omega_z^2}{\omega_0^2} Gm_{12} \quad \text{et} \quad Gm_{12} = Gm_{21} = K_q Gm_{11} = Gm$$

on détermine

$$gm = K_q \frac{\omega_0}{Q_0} \frac{C_1}{1 - K_{quel}}, \quad C_{02} = \frac{K_{quel}}{1 - K_{quel}} \frac{\omega_z}{\omega_0} \frac{K_q}{Q_0 Q_z} C_1$$

puis

$$C_2 = \frac{K_q^2}{Q_0^2} \frac{C_1}{1 - K_{quel}} - C_{02}.$$

Pour que le biquad soit synthétisable (capacités positives), le paramètre de conception K_q devra respecter la contrainte

$$K_q > K_{quel} \frac{Q_0}{Q_z} \frac{\omega_z}{\omega_0}.$$

En termes de sensibilités passives, le biquad est caractérisé par le jeu complet d'indices de module inférieur ou égal à l'unité

$$S_{Gm_{12}}^{\omega_0} = S_{Gm_{21}}^{\omega_0} = \frac{1}{2},$$

$$S_{C_1}^{\omega_0} = -\frac{1}{2} \frac{C_1}{C_1 + C_{01}}, \quad S_{C_{01}}^{\omega_0} = -\frac{1}{2} \frac{C_{01}}{C_1 + C_{01}}, \quad S_{C_2}^{\omega_0} = -\frac{1}{2} \frac{C_1}{C_2 + C_{02}}, \quad S_{C_{02}}^{\omega_0} = -\frac{1}{2} \frac{C_{02}}{C_2 + C_{02}},$$

$$S_{Gm_{12}}^{Q_0} = S_{Gm_{21}}^{Q_0} = \frac{1}{2}, \quad S_{Gm_{11}}^{Q_0} = -1,$$

$$S_{C_1}^{Q_0} = \frac{1}{2} \frac{C_1}{C_1 + C_{01}}, \quad S_{C_{01}}^{Q_0} = \frac{1}{2} \frac{C_{01}}{C_1 + C_{01}}, \quad S_{C_2}^{Q_0} = -\frac{1}{2} \frac{C_2}{C_2 + C_{02}}, \quad S_{C_{02}}^{Q_0} = -\frac{1}{2} \frac{C_{02}}{C_2 + C_{02}},$$

$$S_{Gm_{21}}^{\omega_z} = S_{Gm_{02}}^{\omega_z} = \frac{1}{2}, \quad S_{C_{01}}^{\omega_z} = -\frac{1}{2}, \quad S_{C_2}^{\omega_z} = -\frac{1}{2} \frac{C_1}{C_2 + C_{02}}, \quad S_{C_{02}}^{\omega_z} = -\frac{1}{2} \frac{C_{02}}{C_2 + C_{02}},$$

$$S_{Gm_{02}}^{Q_z} = \frac{1}{2}, \quad S_{Gm_{21}}^{Q_z} = -\frac{1}{2}, \quad S_{C_{01}}^{Q_z} = \frac{1}{2}, \quad S_{C_2}^{Q_z} = \frac{1}{2} \frac{C_2}{C_2 + C_{02}}, \quad S_{C_{02}}^{Q_z} = \frac{1}{2} \frac{C_{02}}{C_2 + C_{02}}, \quad S_{C_{02}}^{Q_z} = -1$$

et

$$S_{C_{01}}^{K_{quel}} = 1, \quad S_{C_1}^{K_{quel}} = -\frac{1}{2} \frac{C_1}{C_1 + C_{01}}, \quad S_{C_{01}}^{K_{quel}} = -\frac{1}{2} \frac{C_{01}}{C_1 + C_{01}}.$$

En termes de sensibilités actives, les expressions analytiques de la pulsation de résonance et du coefficient de qualité imparfaits sont formellement identiques aux expressions analytiques correspondantes du passe-bas, C_1 étant remplacé par $C_1 + C_{01}$ et C_2 étant

remplacé par $C_2 + C_{02}$, et les constantes de temps associées au premier intégrateur et au second intégrateur, s'écrivant

$$\tau_1^a = \frac{C_1 + C_{01}}{Gs_{21} + Gs_{11}} \quad \text{et} \quad \tau_1^b = \frac{C_2 + C_{02}}{Gs_{12} + Gs_{02}}.$$

Quant aux coefficients du numérateur de la fonction de transfert, ils ont pour valeur

$$n_2 = K_{quel} \frac{1 - K_{21} \frac{\omega_z}{Q_z} \tau_2^a + K_{02} K_{21} \omega_z^2 \tau_2^a \tau_2^b}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b},$$

$$n_1 = K_{quel} \frac{1/\tau_1^b + K_{21} \frac{\omega_z}{Q_z} - K_{02} K_{21} \omega_z^2 (\tau_2^a + \tau_2^b)}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}$$

et

$$n_0 = K_{quel} \frac{-K_{02} K_{21} \omega_z^2}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}.$$

Ainsi, similairement aux pôles, on peut définir une pulsation de "réjection" non-idéale

$$\omega_{zni} = \frac{\omega_z}{\sqrt{1 - K_{21} \frac{\omega_z}{Q_z} \tau_2^a + K_{21} K_{02} \omega_z^2 \tau_2^a \tau_2^b}}$$

à laquelle on peut associer un coefficient de qualité

$$Q_{zni} = \frac{\omega_z \sqrt{1 - K_{21} \frac{\omega_z}{Q_z} \tau_2^a + K_{21} K_{02} \omega_z^2 \tau_2^a \tau_2^b}}{\frac{1}{\tau_1^a} + K_{21} \frac{\omega_z}{Q_z} - K_{21} K_{02} \omega_z^2 (\tau_2^a + \tau_2^b)}.$$

7.4.2 Réalisation avec sommation des variables d'état

Les fonctions du deuxième ordre avec numérateur complet sont synthétisables par sommation des variables d'état à partir du dispositif de la *figure 22*. Les transconductances fixant les pôles étant déterminées comme pour les biquads compagnons, avec

$$K_{03} = +1 \quad \text{et} \quad Gm_{33} = \frac{Gm_{03}}{K_{quel}}$$

et

$$K_{13} = +1 \quad \text{si} \quad \frac{\omega_z}{Q_z} > \frac{\omega_0}{Q_0} \quad \text{et terme en p au numérateur positif}$$

et

$$K_{13} = -1 \quad \text{si} \quad \frac{\omega_z}{Q_z} \leq \frac{\omega_0}{Q_0} \quad \text{ou terme en p au numérateur négatif}$$

et

$$K_{23} = +1 \quad \text{si} \quad \omega_z > \omega_0 \quad \text{et terme constant au numérateur positif}$$

et

$$K_{23} = -1 \quad \text{si} \quad \omega_z \leq \omega_0 \quad \text{ou terme constant au numérateur négatif}$$

on détermine

$$Gm_{13} = K_{13} Gm_{03} \frac{Gm_{11}}{Gm_{01}} \left(\frac{Q_0}{\omega_0} \frac{\omega_z}{Q_z} - 1 \right) \quad \text{et} \quad Gm_{23} = K_{23} Gm_{03} \frac{Gm_{21}}{Gm_{01}} \left(\frac{\omega_z^2}{\omega_0^2} - 1 \right).$$

Les transconductances Gm_{01} et Gm_{03} sont déterminés selon la procédure utilisée pour les autre biquads avec sommation à variables d'état. Quant à la prise en compte des imperfections des transconducteurs, on doit considérer les coefficients du numérateur

$$n_2 = K_{quel} \frac{1 - (\frac{\omega_0}{Q_0} - K_{13}(\frac{\omega_z}{Q_z} - \frac{\omega_0}{Q_0}))\tau_2^a + (\omega_0^2 + K_{23}(\omega_z^2 - \omega_0^2))\tau_2^a \tau_2^b}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0}\tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b},$$

$$n_1 = K_{quel} \frac{\frac{1}{\tau_1^a} + \frac{1}{\tau_1^b} + (\frac{\omega_0}{Q_0} + K_{13}(\frac{\omega_z}{Q_z} - \frac{\omega_0}{Q_0}))(1 - \frac{\tau_2^b}{\tau_1^b}) + (\omega_0^2 + K_{23}(\omega_z^2 - \omega_0^2))(\tau_2^a + \tau_2^b)}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0}\tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}$$

et

$$n_0 = K_{quel} \frac{\frac{1}{\tau_1^a \tau_1^b} + (\frac{\omega_0}{Q_0} + K_{13}(\frac{\omega_z}{Q_z} - \frac{\omega_0}{Q_0}))\frac{1}{\tau_1^b} + \omega_0^2 + K_{23}(\omega_z^2 - \omega_0^2)}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0}\tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}.$$

Ainsi, en termes de pulsation de "réjection" et coefficient de qualité associé, le biquad imparfait peut être compensé analytiquement à partir des expressions

$$\omega_{zni} = \sqrt{\frac{n_0}{n_2}} \text{ et } Q_{zni} = \frac{\sqrt{n_0 n_2}}{n_1}.$$

7.5 Synthèse des biquads résonateurs passe-haut

Le biquad résonateur passe-haut correspond à la forme canonique

$$T(p) = K_{res} \frac{p^2 + \rho_q p}{p^2 + \frac{\omega_0}{Q_0} p + \omega_0^2},$$

7.5.1 Réalisation avec condensateurs flottants

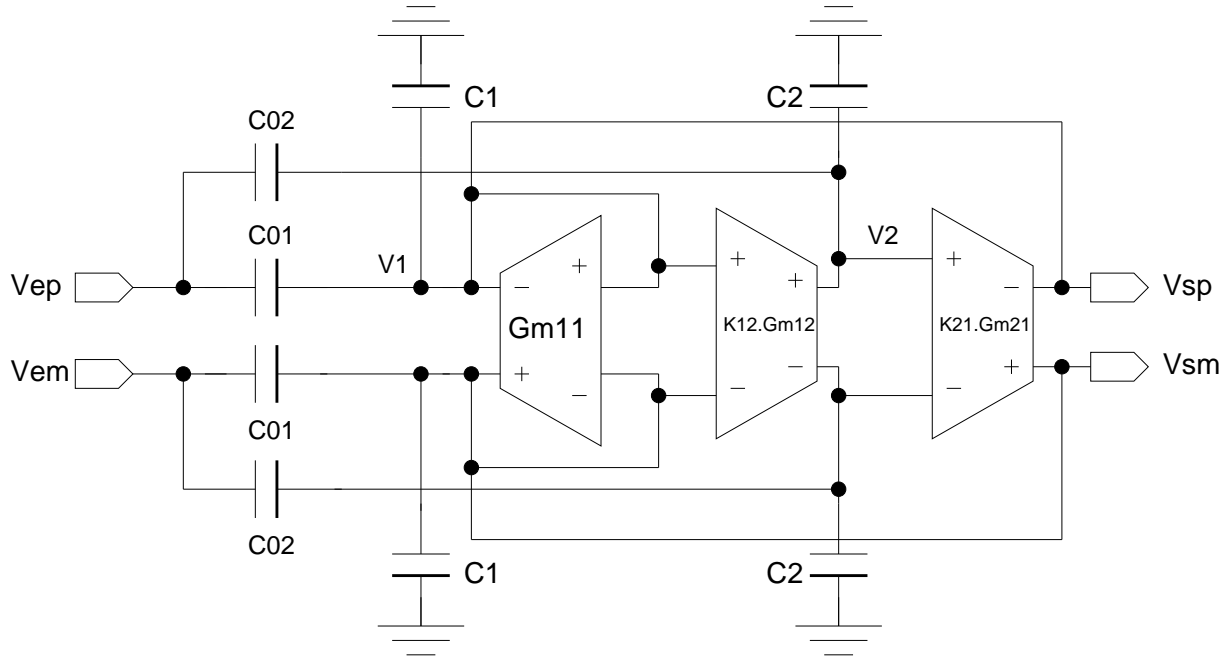


FIGURE 26 –

Le biquad résonateur passe-haut Gm/C avec condensateurs flottants

Le biquad de la *figure 26* synthétise en $V1$ et avec $K_{12} = +1$ et $K_{21} = -1$, la fonction de transfert

$$\frac{Vs}{Ve} = \frac{C_{01}}{C_1 + C_{01}} \frac{p^2 + K_{21} \frac{Gm_{21}C_{02}}{C_{01}(C_2+C_{02})}p}{p^2 + \frac{Gm_{11}}{C_1+C_{01}}p + \frac{Gm_{12}Gm_{21}}{(C_1+C_{01})(C_2+C_{02})}}.$$

Un signe positif au numérateur est réalisé avec $K_{12} = -1$ et $K_{21} = +1$, et la détermination des composants fixant les pôles de la fonction de transfert s'effectue similairement au biquad précédent.

Critère de synthèse 1 :

Le gain à fréquence infinie devant être strictement inférieur à l'unité, C_1 étant posée égale C_0 , en se donnant $K_c = C_2/C_1$, et avec

$$C_{01} = \frac{K_{res}}{1 - K_{res}} C_1$$

en posant

$$\alpha = \frac{\rho_q^2}{\omega_0^2} \frac{K_{res}^2}{1 - K_{res}}$$

on détermine

$$C_{02} = 0,5\alpha(1 + \sqrt{1 + 4\frac{K_c}{\alpha}C_1}),$$

puis

$$Gm_{12} = Gm_{21} = Gm = \omega_0 \sqrt{(C_1 + C_{01})(C_2 + C_{02})} \text{ et } Gm_{11} = \frac{\omega_0}{Q_0} \frac{C_1}{1 - K_{res}}.$$

Critère de synthèse 2 :

En posant $C_1 = C_0$ avec

$$C_{01} = \frac{K_{res}}{1 - K_{res}} C_1 \text{ et } Gm_{12} = Gm_{21} = K_q Gm_{11} = Gm$$

on détermine

$$gm = K_q \frac{\omega_0}{Q_0} \frac{C_1}{1 - K_{res}}, \quad C_{02} = \frac{K_{res}}{1 - K_{res}} \frac{\rho_q}{\omega_0} \frac{K_q}{Q_0} C_1,$$

puis

$$C_2 = \frac{K_q^2}{Q_0^2} \frac{C_1}{1 - K_{res}} - C_{02}.$$

Pour que le biquad soit synthétisable, le paramètre de conception K_q devra respecter la contrainte

$$K_q > K_{res} \frac{\rho_q}{\omega_0} Q_0.$$

En termes de sensibilités passives, celles des pôles étant identiques à celle du biquad précédent, pour le numérateur, on devra considérer le jeu d'indices de module inférieur ou égal à l'unité

$$S_{Gm_{21}}^{\rho_q} = 1, S_{C_{02}}^{\rho_q} = 1 - \frac{C_{02}}{C_2 + C_{02}}, S_{C_2}^{\rho_q} = -\frac{C_2}{C_2 + C_{02}} \text{ et } S_{C_{01}}^{\rho_q} = -1,$$

ainsi que

$$S_{C_{01}}^{K_{res}} = 1, S_{C_1}^{K_{res}} = -\frac{1}{2} \frac{C_1}{C_1 + C_{01}}, S_{C_{01}}^{K_{res}} = -\frac{1}{2} \frac{C_{01}}{C_1 + C_{01}}.$$

En termes de sensibilités actives, on considérera les coefficients du numérateur de la fonction de transfert non-idéaux, qui ont pour valeur

$$n_2 = K_{res} \frac{1 - K_{21} \rho_q \tau_2^a}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}, \quad n_1 = K_{res} \frac{1/\tau_1^b + K_{21} \rho_q}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a - \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b} \text{ et } n_0 = 0.$$

7.5.2 Réalisation avec sommation des variables d'état

Les fonctions du deuxième ordre avec numérateur complet sont synthétisables par sommation des variables d'état à partir du dispositif de la *figure 22*. Les transconductances fixant les pôles étant déterminées comme pour les biquads compagnons, avec

$$K_{03} = +1, \quad Gm_{33} = \frac{Gm_{03}}{K_{res}}, \quad K_{23} = -1, \quad Gm_{23} = Gm_{03} \frac{Gm_{21}}{Gm_{01}}$$

et

$$K_{13} Gm_{13} = Gm_{03} \frac{Gm_{11}}{Gm_{01}} \left(\rho_q \frac{Q_0}{\omega_0} - 1 \right).$$

Les transconductances Gm_{01} et Gm_{02} sont déterminées comme pour le biquad à sommation précédent.

La prise en compte des imperfections des transconducteurs est réalisée à partir des coefficients du numérateur (pour les pôles on considérera le biquad à sommation précédent)

$$n_2 = K_{res} \frac{1 - (\frac{\omega_0}{Q_0} - K_{13}(\rho_q - \frac{\omega_0}{Q_0}))\tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b},$$

$$n_1 = K_{res} \frac{\frac{1}{\tau_1^a} + \frac{1}{\tau_1^b} + (\frac{\omega_0}{Q_0} + K_{13}(\rho_q - \frac{\omega_0}{Q_0})) (1 - \frac{\tau_2^b}{\tau_1^b}) + \omega_0^2 (\tau_2^a + \tau_2^b)}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}$$

et

$$n_0 = K_{res} \frac{\frac{1}{\tau_1^a \tau_1^b} + (\frac{\omega_0}{Q_0} + K_{13}(\rho_q - \frac{\omega_0}{Q_0})) \frac{1}{\tau_1^b} + \omega_0^2}{1 - \frac{\omega_0}{Q_0} \tau_2^a + \omega_0^2 \tau_2^a \tau_2^b}.$$

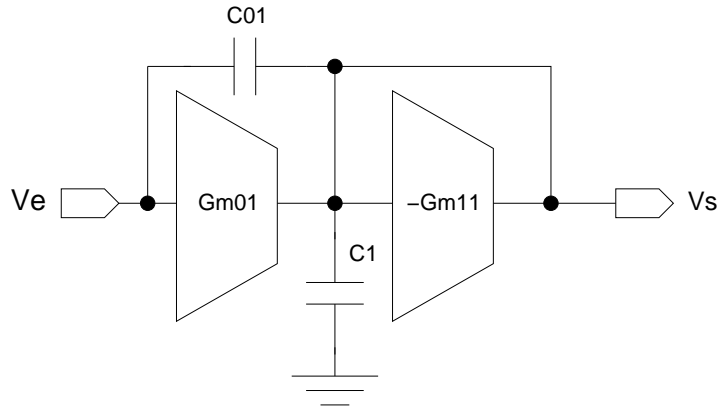


FIGURE 27 –

La cellule d'ordre un banalisée

8 Synthèse des cellules d'ordre un Gm/C

Tous les fonctions de transfert d'ordre impaire nécessite l'utilisation d'une cellule d'ordre un. Cette cellule est topologiquement identique aux modules élémentaires constitutifs des biquads (*figure 7*), elle est donnée sous sa forme générique par la *figure 27*, et elle est caractérisée par la fonction de transfert

$$\frac{Vs}{Ve} = \frac{C_{01}p + Gm_{01}}{(C_1 + C_{01})p + Gm_{11}}.$$

8.1 Synthèse de la cellule passe-bas

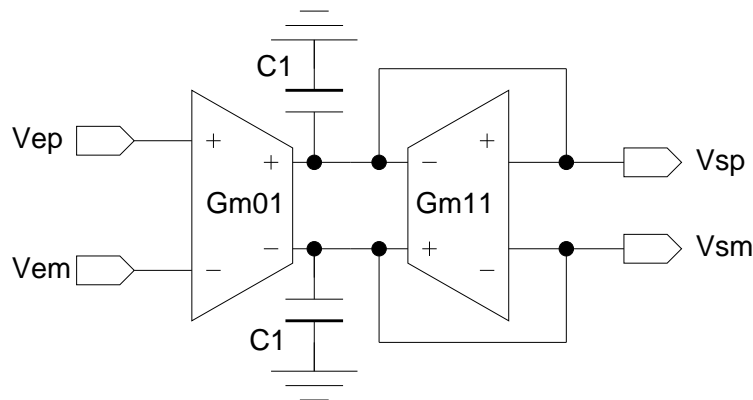


FIGURE 28 –

La cellule d'ordre un passe-bas Gm/C

La fonction de transfert à synthétiser se présente sous la forme canonique

$$T(p) = K_{pbs} \frac{\omega_c}{p + \omega_c},$$

elle est synthétisable par le circuit de la *figure 28* qui a pour fonction de transfert

$$\frac{Vs}{Ve} = \frac{Gm_{01}}{Gm_{11}} \frac{\frac{Gm_{11}}{C_1}}{p + \frac{Gm_{11}}{C_1}}.$$

Ainsi, à partir des paramètres de synthèse

$$\omega_c = \frac{Gm_{11}}{C_1} \text{ et } K_{pbs} = \frac{Gm_{01}}{Gm_{11}},$$

et en fixant le niveau d'impédance à partir d'une valeur de capacité C_0 , on détermine directement la valeur des transconductances

$$Gm_{11} = C_0 \omega_c \text{ et } Gm_{01} = K_{pbs} Gm_{11}.$$

En termes de sensibilités passives, on obtient

$$S_{Gm_{11}}^{\omega_c} = 1, S_{C_1}^{\omega_c} = -1, S_{Gm_{01}}^{K_{pbs}} = 1 \text{ et } S_{Gm_{11}}^{K_{pbs}} = -1.$$

Ces sensibilités sont faibles puisque toutes de module unitaire. Quant à la prise en compte des imperfections des transconducteurs, en considérant la modélisation du module élémentaire imparfait,

$$\frac{Vs}{Ve} = \frac{Gm_{01}(1-\tau_2 p)}{Gm_{11} + \frac{C_1}{\tau_1} + (C_1 - Gm_{11}\tau_2)p}$$

et avec $\tau_1 = C_1/Gs_{01}$, on peut écrire

$$\frac{Vs}{Ve} = \frac{Gm_{01}}{Gm_{11}} \frac{1 - \tau_2 p}{1 + \frac{Gs_{01}}{Gm_{11}} + (\frac{C_1}{Gm_{11}} - \tau_2)p} = \frac{Gm_{01}}{Gm_{11}} \frac{\omega_c}{1 - \omega_c \tau_2} \frac{1 - \tau_2 p}{p + \omega_c \frac{1 + \frac{1}{\omega_c \tau_1}}{1 - \omega_c \tau_2}}.$$

Le passe-bas imparfait est ainsi caractérisé par une pulsation de coupure et un gain statique

$$\omega_{cni} = \omega_c \frac{1 + \frac{1}{\omega_c \tau_1}}{1 - \omega_c \tau_2} \text{ et } K_{pbsni} = \frac{Gm_{01}}{Gm_{11}} \frac{1}{1 + \frac{1}{\omega_c \tau_1}}.$$

On notera que si l'amortissement est physiquement réalisé de manière active (dans certaines applications il peut être passif), on intégrera la conductance de sortie Gs_{11} dans Gm_{11} .

8.2 Synthèse des cellules passe-haut

La fonction de transfert à synthétiser se présente sous la forme canonique

$$T(p) = K_{pht} \frac{p}{p + \omega_c}.$$

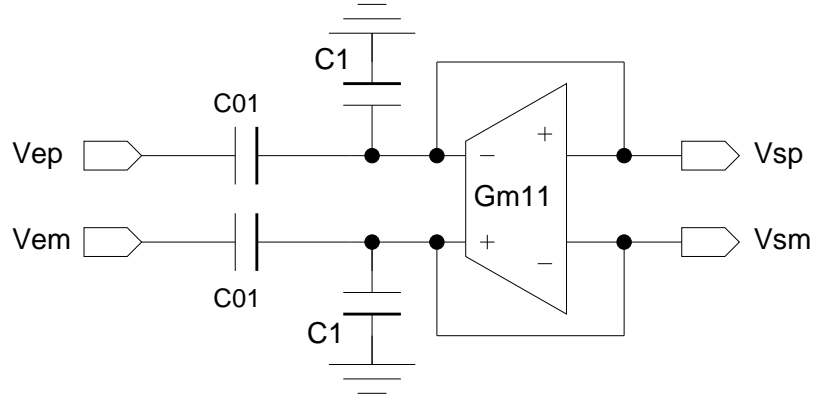


FIGURE 29 –

La cellule d'ordre un passe-haut Gm/C avec condensateurs flottants

8.2.1 Réalisations avec condensateurs flottants

La fonction de transfert passe-haut est synthétisable par le circuit de la *figure 29*. L'injection de l'entrée est effectuée capacitivement, formant ainsi un diviseur capacitif avec la capacité d'intégration, le cascading de la cellule avec une autre section présentant également un condensateur flottant en entrée est impossible. On notera d'autre part, qu'avec une réalisation résistive de l'amortissement, le circuit est purement passif. Le montage ayant pour fonction de transfert

$$\frac{Vs}{Ve} = \frac{C_{01}}{C_1 + C_{01}} \frac{p}{p + \frac{Gm_{11}}{C_1 + C_{01}}},$$

on ne peut réaliser que les fonctions passe-haut avec une constante de gain strictement inférieure à l'unité. Ce faisant, avec $C_1 = C_0$, on calcule la valeur des composants

$$C_{01} = C_0 \frac{K_{pht}}{1 - K_{pht}} \text{ et } Gm_{11} = \omega_c \frac{C_0}{1 - K_{pht}}$$

ainsi que les sensibilités passives (tous les modules sont inférieurs ou égaux à 1)

$$S_{Gm_{11}}^{\omega_c} = 1, S_{C_1}^{\omega_c} = -\frac{C_1}{C_1 + C_{01}}, S_{C_{01}}^{\omega_c} = -\frac{C_{01}}{C_1 + C_{01}}$$

ainsi que

$$S_{C_1}^{K_{pht}} = -\frac{C_1}{C_1 + C_{01}} \text{ et } S_{C_{01}}^{K_{pht}} = 1 - \frac{C_{01}}{C_1 + C_{01}}.$$

On notera que des valeurs de gain proches de l'unité peuvent conduire à des transconductances d'amortissement pratiquement irréalisables.

En termes de sensibilités actives, le circuit passe-haut du premier ordre n'est affecté que par le dispositif réalisant l'amortissement.

L'égalité $Gm_{01} = Gm_{11}$ implique l'égalité $V1=Ve$, alors que la transconductance Gm_{33} peut être choisie librement tout en sachant que sa valeur impactera directement la consommation du circuit et que la charge capacitive des trois transconducteurs, réalisant la sommation pondérée, est normalement très inférieure à la capacité d'intégration.

En terme de sensibilités passives, le circuit est caractérisé par le jeu de valeurs

$$S_{Gm_{11}}^{\omega_c} = 1, S_{C_1}^{\omega_c} = -1, S_{Gm_{03}}^{K_{pbs}} = 1 \text{ et } S_{Gm_{33}}^{K_{pbs}} = -1.$$

On notera que l'annulation du terme constant du numérateur est réalisable avec une bonne précision, puisqu'elle n'est assujettie qu'à des rapports de transconductances de même valeur, réalisables avec un bon appariement. Quant aux non-idéalités actives, elles peuvent être prises en compte en considérant la fonction de transfert imparfaite du circuit de la *figure 30*

$$\frac{Vs}{Ve} = \frac{K_{03}Gm_{03}}{Gm_{33}} \frac{\frac{Gm_{11}}{C_1}(1 + \frac{Gs_{01}}{Gm_{11}} + \frac{K_{13}Gm_{13}}{K_{03}Gm_{03}} \frac{Gm_{01}}{Gm_{11}})}{\frac{Gm_{11}+Gs_{01}}{C_1}} + (1 - \frac{Gm_{11}}{C_1}(1 + \frac{K_{13}Gm_{13}}{K_{03}Gm_{03}} \frac{Gm_{01}}{Gm_{11}})\tau_2)p}$$

soit,

$$\frac{Vs}{Ve} = \frac{K_{03}Gm_{03}}{Gm_{33}} \frac{1}{1 - \omega_c\tau_2} \frac{p(1 - \omega_c\tau_2(1 + \frac{K_{13}Gm_{13}}{K_{03}Gm_{03}} \frac{Gm_{01}}{Gm_{11}})) + \omega_c(1 + \frac{1}{\omega_c\tau_1} + \frac{K_{13}Gm_{13}}{K_{03}Gm_{03}} \frac{Gm_{01}}{Gm_{11}})}{p + \omega_c \frac{1 + \frac{1}{\omega_c\tau_1}}{1 - \omega_c\tau_2}}.$$

Ainsi, pour la réalisation du passe-haut

$$\frac{Vs}{Ve} = \frac{K_{03}Gm_{03}}{Gm_{33}} \frac{1}{1 - \omega_c\tau_2} \frac{p + \frac{1}{\tau_1}}{p + \omega_c \frac{1 + \frac{1}{\omega_c\tau_1}}{1 - \omega_c\tau_2}}.$$

8.3 Synthèse des autres cellules d'ordre un

la fonction de transfert à synthétiser a la forme canonique

$$T(p) = K_{quel} \frac{p + \omega_q}{p + \omega_c},$$

l'égaliseur de phase (fonction passe-tout) étant obtenu avec $\omega_q = -\omega_c$.

8.3.1 Réalisations avec condensateurs flottants

Pour une constante de gain strictement inférieure à l'unité, on peut considérer le circuit de la *figure 31* qui a pour fonction de transfert

$$\frac{Vs}{Ve} = \frac{C_{01}}{C_1 + C_{01}} \frac{p + K_{01} \frac{Gm_{01}}{C_{01}}}{p + \frac{Gm_{11}}{C_1 + C_{01}}}.$$

La valeur des composants fixant le pôle et le gain s'obtient comme pour le passe-haut et est sujette aux mêmes restrictions. Une valeur négative du zéro est obtenue avec K_{01} négatif (transconducteur négatif), et sa fixation est réalisée par la transconductance

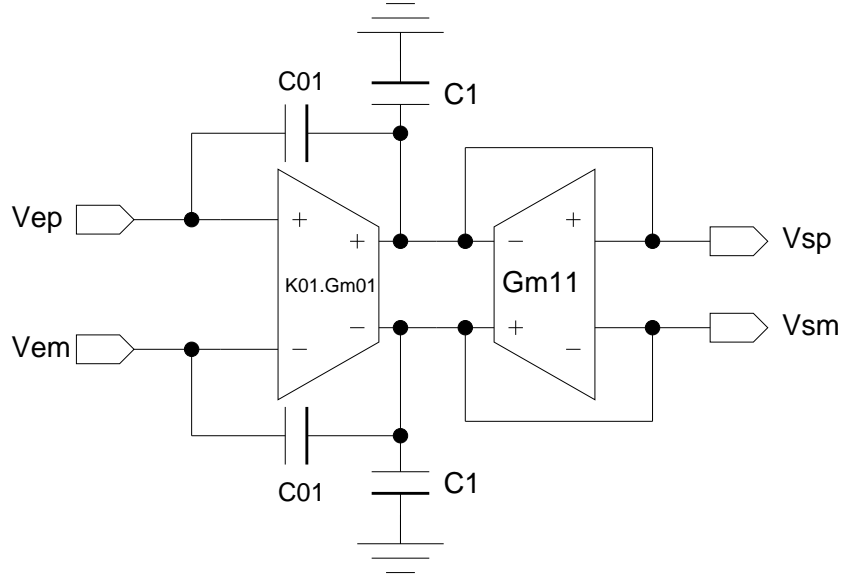


FIGURE 31 –

La cellule d'ordre un complète Gm/C pour $K_{quel} < 1$

$$K_{01}Gm_{01} = C_{01} \omega_q$$

à laquelle correspond les sensibilités passives

$$S_{Gm_{01}}^{\omega_q} = 1 \text{ et } S_{C_{01}}^{\omega_q} = -1.$$

La sensibilité active est obtenue en considérant la fonction de transfert du second module élémentaire constitutif des biquads, correspondant à la fonction de transfert

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{Gm_{01} + (C_{01} - Gm_{01}\tau_2)p}{Gm_{11} + \frac{C_1 + C_{01}}{\tau_1} + (C_1 + C_{01} - Gm_{11}\tau_2)p}$$

soit

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{C_{01}}{C_1 + C_{01}} \frac{1 - \omega_q\tau_2}{1 - \omega_c\tau_2} \frac{p + \frac{\omega_q}{1 - \omega_q\tau_2}}{p + \omega_c \frac{1 + \frac{1}{\omega_c\tau_1}}{1 - \omega_c\tau_2}}$$

8.3.2 Réalisation avec sommateur

Une réalisation de la forme canonique évitant l'utilisation de condensateurs flottants peut comme pour le passe haut, être obtenue par sommation, avec le circuit de la *figure 30*, en posant

$$K_{13} = \pm 1, K_{13}Gm_{13} = \left(\frac{\omega_q}{\omega_c} - 1\right)Gm_{03}, K_{03} = +1, Gm_{01} = Gm_{11}$$

ainsi que

$$C_1 = C_0, Gm_{11} = C_0 \omega_c \text{ et } Gm_{03} = K_{quel} Gm_{33}.$$

Alors qu'en terme de fonction de transfert imparfaite, on devra considérer l'expression

$$\frac{Vs}{Ve} = \frac{Gm_{03}}{Gm_{33}} \frac{1 - \omega_q \tau_2}{1 - \omega_c \tau_2} \frac{p + \omega_q \frac{1 + \frac{1}{\omega_q \tau_1}}{1 - \omega_q \tau_2}}{p + \omega_c \frac{1 + \frac{1}{\omega_c \tau_1}}{1 - \omega_c \tau_2}}.$$

9 L'intégrateur Gm-OTA/C

Références