

Les intégrateurs à capacités commutées

Table des matières

1	L'intégrateur basique idéal	2
2	Caractérisation de l'intégrateur réel : la représentation $\alpha\beta\gamma$	3
2.1	Définitions	3
2.2	Caractérisation de l'intégrateur basique	4
3	L'intégrateur physique : l'AOP	4
3.1	Définitions	4
3.2	Types d'amplificateurs opérationnels	5
3.2.1	Types de sortie	5
3.2.2	Classes de fonctionnement	6
3.2.3	Modèle comportemental d'analyse	6
3.3	Analyses temporelles avec un OTA	7
3.3.1	Les valeurs initiales	7
3.3.2	L'équation de fonctionnement	8
3.3.3	La charge effective de l'intégrateur	8
3.3.4	Le régime non linéaire : la période de "slew-rate"	9
3.3.5	Le régime linéaire	10
3.4	Analyses temporelles avec un OVA	12
3.5	Détermination des spécifications de l'AOP	13
3.5.1	Réglage sur un modèle du premier ordre	13
3.5.2	Réglage sur un modèle du second ordre	14
3.5.3	Transfert sur la phase passive	15
3.6	Remarques	15
4	L'intégrateur physique : les commutateurs	15
5	L'intégrateur physique : le bruit	15
6	L'intégrateur compensé	15
7	L'intégrateur VLT	15
8	L'intégrateur différentiel	15

1 L'intégrateur basique idéal

Le circuit de la *figure 1* constitué en entrée d'une capacité commutée série $S01.C1$, d'une capacité commutée parallèle $I01.C1$ et d'une capacité non commutée $N01.C1$ est totalement insensible aux éventuelles capacités parasites structurales puisque qu'elle que soit la phase considérée, les différents nœuds du circuit sont sur une masse réelle, une masse virtuelle, ou une source de tension.

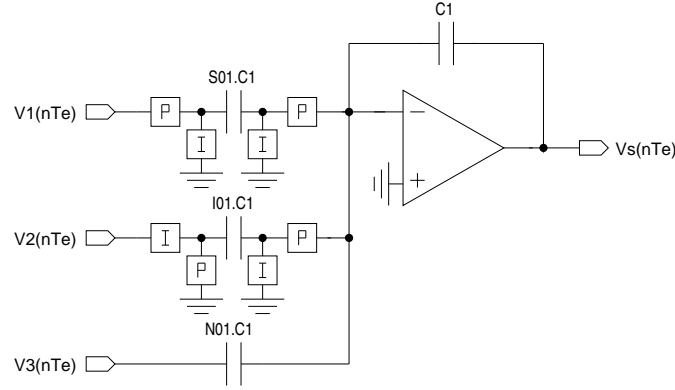


FIGURE 1 –
L'intégrateur basique à capacités commutées

Les composants passifs et actifs étant idéaux et les différentes entrées étant des signaux échantillonnés et bloqués sur la phase P , les transferts actifs n'ont lieu que sur la phase P , et on peut écrire l'équation aux variations de charges correspondante sur l'entrée de l'AOP

$$S01.C1V1(nTe) - I01.C1V2[(n-1)Te] + N01.C1\{V3(nTe) - V3[(n-1)Te]\} + C1\{Vs(nTe) - Vs[(n-1)Te]\} = 0$$

conduisant à une description temporelle du fonctionnement du circuit par l'équation aux différences finies

$$Vs(nTe) = Vs[(n-1)Te] - S01V1(nTe) + I01V2[(n-1)Te] - N01\{V3(nTe) - V3[(n-1)Te]\}$$

et par transformée en Z à une description fréquentielle du fonctionnement par la relation

$$Vs^P(Z) = -S01 \frac{1}{1-Z^{-1}} V1^P(Z) + I01 \frac{Z^{-1}}{1-Z^{-1}} V2^P(Z) - N01.V3^P(Z).$$

Le circuit à capacités commutées réalise sur la phase P respectivement les opérations analogiques temps discret

- d'intégration négative BEDI (Backard Euler Discrete Integrator)
- d'intégration positive FEDI (Forward Euler Discrete Integrator)
- de multiplication par une constante négative.

C'est un intégrateur généralisé représentable fonctionnellement par le graphe de fluence (schéma fonctionnel) de la *figure 2*

Si maintenant les entrées $V1$ et $V2$ sont échantillonnées sur la phase I , c'est à dire aux instants $(n-1/2)Te$, avec

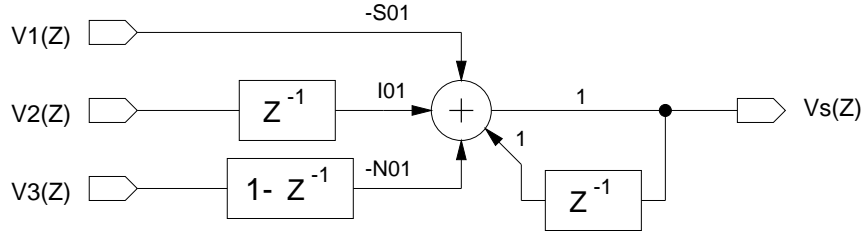


FIGURE 2 –
Graphe de fluence de l'intégrateur généralisé

$S01.C1V1[(n-1/2)Te]-I01.C1V2[(n-1/2)Te]+C1\{Vs(nTe)-Vs[(n-1)Te]\} = 0$
et

$$Vs^P(Z) = -S01 \frac{Z^{-1/2}}{1-Z^{-1}} V1^I(Z) + I01 \frac{Z^{-1/2}}{1-Z^{-1}} V2^I(Z)$$

le circuit à capacités commutées réalise sur la phase P l'intégration LDI (Lossless Discrete Integrator) négative et positive. On peut noter que l'intégration LDI négative était réalisable par échantillonnage de la sortie du circuit de la *figure 1* sur la phase I .

2 Caractérisation de l'intégrateur réel : la représentation $\alpha\beta\gamma$

2.1 Définitions

Si nous considérons l'équation aux différences finies de l'intégrateur inverseur idéal de gain $k = \frac{S01.C1}{C1}$

$$Vs(nTe) = kV1(nTe) + Vs[(n-1)Te]$$

la prise en compte d'une éventuelle erreur sur le transfert de charge α sur l'entrée Ve , d'une éventuelle erreur sur le transfert de charge β sur la sortie Vs , et d'une éventuelle tension de décalage ED_0 sur l'amplificateur opérationnel, peut être effectuée à partir de la représentation dite $\alpha\beta\gamma$ [?] telle que

$$Vs(nTe) = k(1+\alpha)V1(nTe) + (1+\beta)Vs[(n-1)Te] + \gamma ED_0.$$

L'indice de performance α qui modifie le gain de l'intégrateur a essentiellement pour origine l'imprécision sur le rapport capacitif, le gain fini de l'AOP et la résistance non nulle des commutateurs et l'indice β qui modifie la position du pôle de la fonction de transfert a pour origine le gain fini de l'AOP. L'indice γ et le facteur de réjection de la tension de décalage de l'amplificateur opérationnel.

Avec ce mode de représentation la fonction de transfert de l'intégrateur devient

$$T_{reel} = k \frac{1+\alpha}{1-(1+\beta)Z^{-1}} = k \frac{1}{1-Z^{-1}} \frac{1+\alpha}{1-\frac{\beta Z^{-1}}{1-Z^{-1}}} = T_{nom} (1 + E(\omega)).$$

En régime isochrone, pour $\beta \cot(\omega Te) \ll 1$, la fonction d'erreur $E(\omega)$ peut s'écrire

$$E(\omega) \approx \frac{1+\alpha}{1+0,5\beta} (1 - j\frac{\beta}{2} \cot(\frac{\omega Te}{2})) - 1 = M(\omega) e^{\Theta(\omega)}.$$

Avec $\beta \ll \alpha$ (cette hypothèse sera confirmée par la suite), on met en évidence le fait que la non intégralité des transferts de charge d'un intégrateur à capacités commutées peut être caractérisée directement à partir des trois indices des performances $\alpha\beta\gamma$ et indirectement à partir d'une fonction d'erreur $E(\omega)$ de module $M(\omega)$ pratiquement indépendant de la fréquence et de phase $\Theta(\omega)$ fonction de la fréquence et du seul indice β avec

$$M(\omega) \approx \alpha \text{ et } \Theta(\omega) \approx -\frac{\beta}{\omega T_e}.$$

2.2 Caractérisation de l'intégrateur basique

Si on considère l'intégrateur basique de la *figure 3* et si on prend en compte le gain fini A_0 et la tension de décalage ED_0 de l'amplificateur opérationnel, avec sur la phase P

$$C1[V1^P(nTe) + \frac{Vs^P(nTe)}{A_0} - ED_0] + \\ C2\{[Vs^P(nTe) + \frac{Vs^P(nTe)}{A_0} - ED_0] - [Vs^P[(n-1)Te](1 + \frac{1}{A_0}) - ED_0]\} = 0$$

on détermine

$$Vs^P(nTe) = -\frac{C1}{C2} \frac{1}{1 + \frac{1}{A_0} + \frac{C1}{C2A_0}} V1^P(nTe) + \frac{1 + \frac{1}{A_0}}{1 + \frac{1}{A_0} + \frac{C1}{C2A_0}} Vs^P[(n-1)Te] + \frac{\frac{C1}{C2}}{1 + \frac{1}{A_0} + \frac{C1}{C2A_0}} ED_0$$

soit avec $\mu = 1/A_0$

$$k = -\frac{C1}{C2}, \alpha \approx 1 - \mu(1 + k), \beta \approx 1 - k\mu, \gamma \approx k.$$

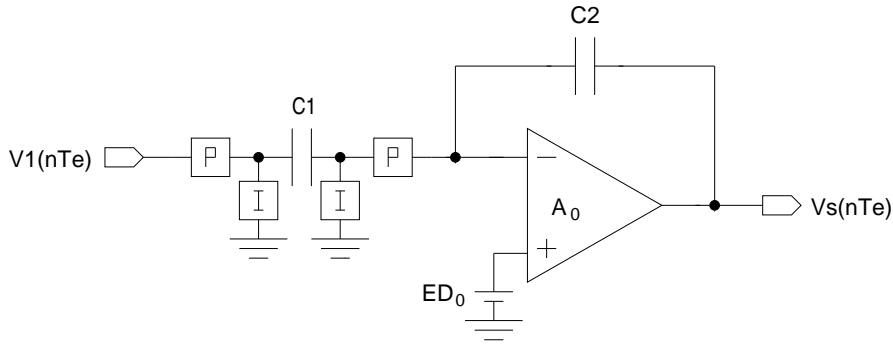


FIGURE 3 -
L'intégrateur basique

3 L'intégrateur physique : l'AOP

3.1 Définitions

Lorsque l'intégrateur à capacités commutées est utilisé comme opérateur pour la réalisation d'une fonction analogique temps discret (filtrage, conversion, ...), il possède généralement plusieurs entrées. Si nous considérons l'amplificateur opérationnel avec son environnement capacitif de la *figure 4* sur sa phase active, VE étant la somme des entrées, C_I étant la somme des capacités connectées entre l'entrée et la sortie, C_E la somme

des capacités d'entrée, C_M la somme des capacités parasites sur la masse virtuelle de l'AOP et C_L la somme des capacités connectées sur la sortie, on peut écrire

$$VM = \frac{VEC_{EP} + V_s C_{IP}}{C_{EP} + C_{IP} + C_{MP}} = -\frac{V_s}{A(p)}$$

soit

$$\frac{V_s}{VE} = T(p) = -\frac{C_E}{C_I} \frac{\frac{C_I A(p)}{C_E + C_I + C_M}}{1 + \frac{C_I A(p)}{C_E + C_I + C_M}} = k \frac{KA(p)}{1 + KA(p)}.$$

On peut ainsi définir deux paramètres caractéristiques de l'intégrateur à capacités commutées, le facteur de réaction

$$K = \frac{C_I}{C_I + C_E + C_M}$$

qui fixe la stabilité du **système en boucle fermée**, et le gain statique de l'intégrateur

$$k = -\frac{C_E}{C_I}.$$

Un troisième paramètre sera utilisé par la suite, il s'agit de la capacité de charge effective

$$C_{Lef} = C_L + \frac{C_I C_{EM}}{C_I + C_{EM}}$$

qui représente la capacité "vue" de la sortie sur la phase active, (C_{EM} est la combinaison parallèle de C_M et C_E).

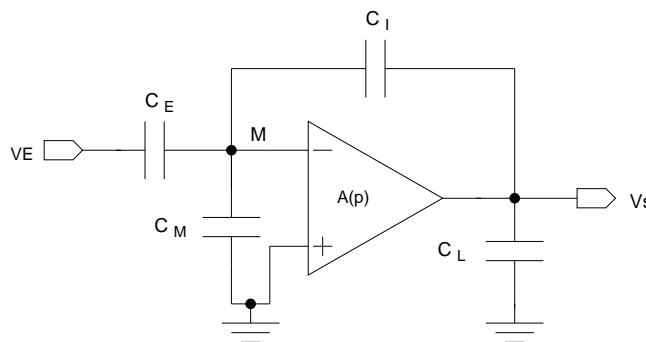


FIGURE 4 –
L'amplificateur opérationnel et son environnement capacitif sur sa phase active

3.2 Types d'amplificateurs opérationnels

3.2.1 Types de sortie

La charge étant purement capacitive on peut en principe utiliser un AOP à sortie haute impédance, c'est à dire un OTA (amplificateur opérationnel de transconductance) ou un AOP à sortie basse impédance, c'est à dire un AOV (amplificateur opérationnel de tension). Une des caractéristiques essentielles de l'OTA (idéal) est qu'aux différents instants de commutation, sa tension de sortie est une fonction discontinue du temps et que les transferts de charges s'établissent de façon continue à partir de conditions

initiales non nulles générant des sauts de tension brusques correspondant à des signaux de type impulsif ("glitches"). Bien que l'AOV soit idéalement caractérisé par une sortie continue temporellement, étant plus compliqué à stabiliser que l'OTA donc moins performant en fréquence, et plus gourmand en termes de superficie et de consommation, il est beaucoup moins utilisé en pratique.

3.2.2 Classes de fonctionnement

Une autre caractéristique importante de l'amplificateur opérationnel est sa classe de fonctionnement. En effet, sur une commutation active de l'intégrateur, le dispositif actif peut recevoir sur son entrée une tension de forte valeur et entrer dans un mode de fonctionnement de type grand signal dépendant de la caractéristique de transfert $G_{md} = I_{sd}/V_{ed}$ du dispositif (*figure 5*). Lorsque le courant disponible pour charger l'environnement capacitif est "illimité", le dispositif est de type classe B, dans le cas contraire, il appartient à la classe A.

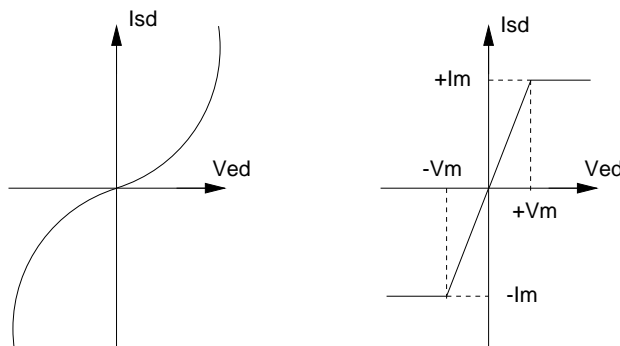


FIGURE 5 –
Caractéristiques de transfert classe B et classe A

3.2.3 Modèle comportemental d'analyse

Si l'analyse en régime linéaire (petit signal) de l'intégrateur est indépendante de la classe de fonctionnement de l'AOP, il n'en est pas de même en grand signal. En effet, de part ses possibilités limitées en terme de courant de sortie, l'amplificateur classe A est sujet au phénomène de slew-rate. Nous utiliserons donc pour l'analyse grand signal de l'intégrateur le modèle de la (*figure 6*). Globalement, l'amplificateur sera caractérisé par une fonction de transfert du premier ordre (modèle à un pôle réel)

$$A(p) = \frac{Ad0}{1 + \frac{p}{\omega_1}}$$

ou par une fonction de transfert du deuxième ordre (modèle à deux pôles réels) avec

$$A(p) = \frac{Ad0}{(1 + \frac{p}{\omega_1})(1 + \frac{p}{\omega_2})}$$

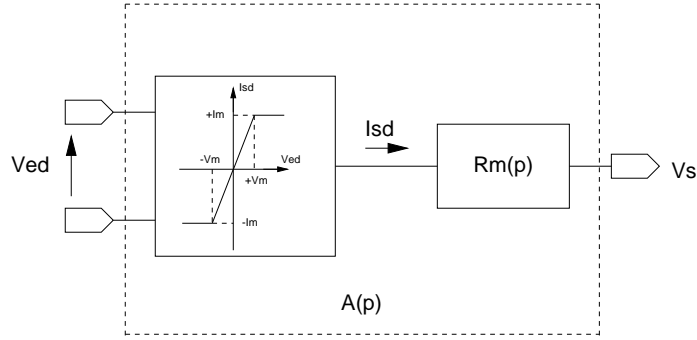


FIGURE 6 – *Modèle comportemental d'AOP*

3.3 Analyses temporelles avec un OTA

Les différentes analyses seront réalisées sur un intégrateur à capacités commutées de type non inverseur, sachant que tous les résultats obtenus sont facilement transposables à l'intégrateur généralisé.

3.3.1 Les valeurs initiales

Pour déterminer les conditions initiales de l'OTA, on doit considérer les circuits équivalents de la *figure 7*, valides sur une commutation active à l'instant T_0 , et par extension entre les instants T_{0-} et T_{0+} , c'est à dire "juste" avant et "juste" après la commutation.

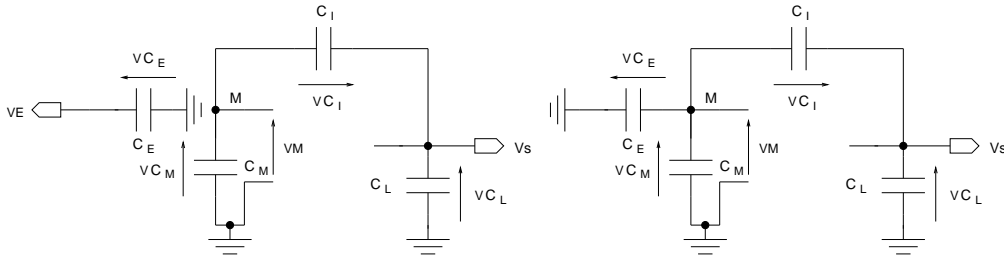


FIGURE 7 – *L'intégrateur à capacités commutées non inverseur avant et après commutation*

Si on écrit que les variations de charge sur la commutation active, au nœud M et en sortie sont nulles, avec :

$$C_E\{V_{C_E}(0^+) - V_{C_E}(0^-)\} + C_I\{[V_s(0^+) - VM(0^+)] - [V_s(0^-) - VM(0^-)]\} - C_M\{VM(0^+) - VM(0^-)\} = 0$$

avec

$$C_I\{[VM(0^+) - V_s(0^+)] - [VM(0^-) - V_s(0^-)]\} = C_L\{V_s(0^+) - V_s(0^-)\}$$

et avec

$$V_{C_E}(0^+) = -VM(0^+), V_{C_E}(0^-) = VE[(n-1)Te]$$

$$VM(0^-) \approx 0 \text{ et } Vs(0^-) = Vs[(n-1)Te]$$

on détermine les valeurs initiales d'entrée et de sortie de l'OTA

$$VM(0^+) = -\frac{C_E}{C_E + \frac{C_I C_L}{C_I + C_L} + C_M} VE[(n-1)Te]$$

et

$$Vs(0^+) = \frac{C_I}{C_L + C_I} VM(0^+) + Vs[(n-1)Te]$$

Il est très important de noter que l'amplitude des glitches sur les accès de l'OTA est proportionnelle à la somme des différentes tensions d'entrée et ainsi très fortement dépendante de la fonction analogique temps discret à réaliser.

Bien entendu, les résultats précédents peuvent être facilement étendus au cas de l'intégrateur généralisé avec

$$VM(0^+) = \frac{C_E}{C_E + \frac{C_I C_L}{C_I + C_L} + C_M} (VE1(nTe) - VE2[(n-1)Te] + (VE3(nTe) - VE3[(n-1)Te])).$$

Les tensions VE1 et Vs étant de sens opposé, l'intégrateur inverseur à le même comportement que l'intégrateur non inverseur. Le cas de l'entrée non commutée par VE3 peut être obtenu par superposition des entrées VE1 et VE2.

3.3.2 L'équation de fonctionnement

Si on considère l'intégrateur inverseur de la *figure 7* à un instant quelconque t après l'instant initial T_0 , on peut écrire au nœud M

$$(C_E + C_M)[VM(t) - VM(0^+)] = C_I \{ [Vs(t) - VM(t)] - [Vs(0^+) - VM(0^+)] \}$$

soit

$$VM(t) = KV_s(t) - KV_s(0^+) + VM(0^+)$$

et en introduisant le facteur de gain statique $k = -\frac{C_E}{C_I}$

$$VM(t) = KV_s(t) + kKVE[(n-1)Te] - KV_s[(n-1)Te].$$

Pour déterminer l'évolution de la sortie de l'intégrateur, on doit établir une relation entre $Vs(t)$ et $VM(t)$, à partir d'un modèle analytique pour l'OTA.

3.3.3 La charge effective de l'intégrateur

Considérons le circuit de la *figure 8* modélisant un intégrateur à capacités commutées ayant comme élément actif un amplificateur de transconductance à un pôle. Sur le nœud de sortie, on peut écrire l'équation différentielle

$$Is(t) + Vs(t)Gs + C_L \frac{dVs(t)}{dt} + C_I \frac{d(Vs(t) - VM(t))}{dt}$$

qui s'écrit après dérivation de l'équation de fonctionnement $VM(t)$

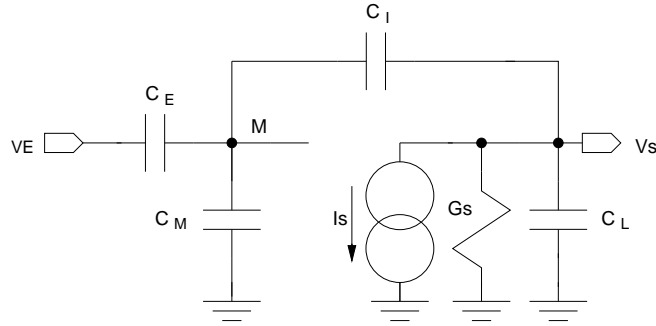


FIGURE 8 –
Définition de la charge effective

$$\frac{C_{Le\text{f}}}{G_s} \frac{dV_s(t)}{dt} + V_s(t) = -\frac{I_s}{G_s}.$$

Par définition,

$$C_{Le\text{f}} = C_L + \frac{C_I(C_E + C_M)}{C_I + C_E + C_M}$$

est la charge effective de l'intégrateur à capacités commutées.

3.3.4 Le régime non linéaire : la période de "slew-rate"

En classe A et pour la valeur $I_{sd} = \pm I_m$, le courant de sortie qui charge la capacité effective $C_{Le\text{f}}$ est constant et indépendant de la tension d'entrée, la contre réaction n'est plus fonctionnelle, l'OTA est dans son mode fonctionnement particulier de "slew-rate" et l'intégrateur peut être modélisé par le schéma équivalent de la *figure 9*.

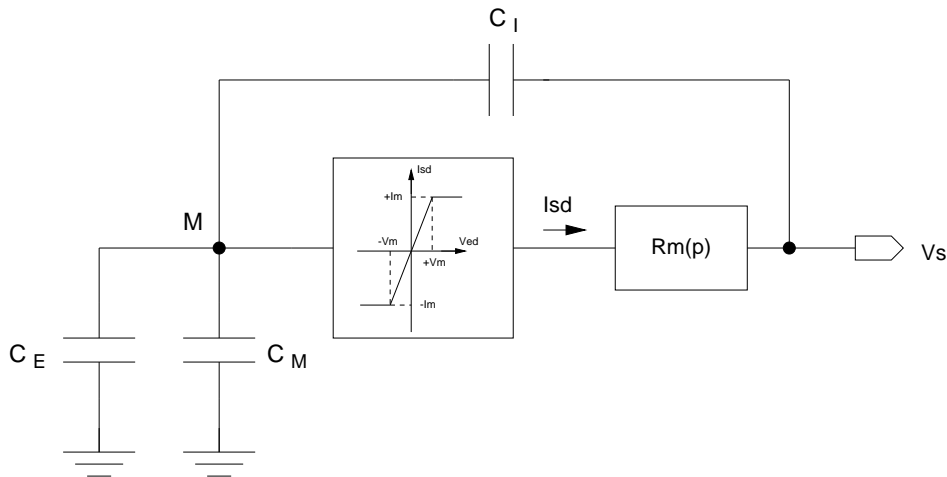


FIGURE 9 –
Modélisation de l'intégrateur en phase d'établissement

● Modèle du premier ordre

Pour $|V_{ed}| < |V_m|$ l'OTA est en régime linéaire et la transconductance de l'étage d'entrée a pour valeur gm_1 , de ce fait,

$$Rm(p) = \frac{\frac{Ad0}{gm_1}}{1 + \frac{p}{\omega_1}}.$$

Pour $|Ved| > |Vm|$ l'OTA en régime non linéaire et le courant I_{sd} est un échelon de courant $Im.U(t)$ tel que

$$Vs(p) = \frac{Im}{p} \frac{\frac{Ad0}{gm_1}}{1 + \frac{p}{\omega_1}}.$$

Un OTA décrit par un modèle à un pôle, admettant les relations

$$\omega_1 = \frac{\omega_T}{Ad0} = \frac{gm_1}{C_{Le f} Ad0} \text{ et } \frac{Im}{C_{Le f}} = SR,$$

compte tenu des conditions initiales on obtient

$$Vs(t) = \frac{SR}{\omega_1} (1 - e^{-\omega_1 t}) + \left(\frac{C_I}{C_L + C_I} VM(0^+) + Vs[(n-1)Te] \right) e^{-\omega_1 t}.$$

La période de slew-rate étant plus brève que la constante de temps $1/\omega_1$:

$$Vs(t) \approx SR.t + \frac{C_I}{C_E + C_I} VM(0^+) + Vs[(n-1)Te].$$

Au temps $t = T_{SR}$ correspondant à $VM(t) = Vm$, l'OTA entre en régime linéaire. L'équation de fonctionnement permet ainsi de déterminer la durée du slew-rate

$$T_{SR} = \frac{1}{SR} \left(\frac{Vm}{K} + \left(k + \frac{k}{1+k} \frac{1}{k + \frac{C_L}{C_I + C_L} + \frac{C_M}{C_I}} \right) VE[(n-1)Te] \right).$$

Seul le paramètre Vm ne dépend que de l'OTA, si l'étage d'entrée de dispositif est **une paire différentielle** il est typiquement de quelques dixièmes de Volt ($\sqrt{2}$ fois la tension effective de grille des transistors d'entrée). Le slew-rate SR dépend de l'OTA par Im et de l'environnement capacitif par la capacité de charge $C_{Le f}$. Tous les autres paramètres dépendent de l'intégrateur donc de la fonction analogique à réaliser.

● Modèle du deuxième ordre

En période de slew-rate la réponse à un échelon de courant

$$Vs(p) = \frac{Im}{p} \frac{\frac{Ad0}{gm_1}}{\left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right)\left(1 + \frac{p}{\omega_2}\right)}.$$

a pour transformée de Laplace inverse

$$Vs(t) = \frac{Ad0.Im}{gm_1} \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_2 - \omega_1} e^{-\omega_1 t} + \frac{\omega_1}{\omega_2 - \omega_1} e^{-\omega_2 t} \right).$$

Le second pôle étant toujours très supérieur au premier, la durée du slew-rate peut être approximée par le formalisme utilisé pour le modèle du premier ordre.

3.3.5 Le régime linéaire

En régime linéaire le courant I_{sd} de la *figure 9* est contrôlé par la transconductance gm_1 petit signal de l'étage d'entrée de l'OTA.

● Modèle du premier ordre

A partir de l'expression de la fonction de transfert $T(p)$ de l'intégrateur, et à partir de la solution générale d'un système du premier ordre

$$V_s(t) = V_{s\infty} + [V_s(T_{init}) - V_{s\infty}]e^{-\frac{t-T_{init}}{\tau}}$$

la réponse indicielle à un échelon de tension $VE.U(t)$ s'écrit

$$V_s(t) = k \frac{KAd0}{1 + KAd0} VE(1 - e^{-K\omega_T(t-T_{init})}) + V_s(T_{init})e^{-K\omega_T(t-T_{init})}$$

L'instant de référence T_{init} est égale à 0 si l'OTA ne comporte pas de phase de slew-rate, sinon il a pour valeur T_{SR} .

A partir de l'expression de la valeur finale de $V_{s\infty}$ de $V_s(t)$ on obtient l'erreur statique sur le temps d'établissement tel que $\alpha VE(1 - \epsilon_{sta}) = V_{s\infty}$

$$\epsilon_{sta} = \frac{1}{1 + KAd0}.$$

Quant à l'erreur dynamique telle que $V_s(t) = V_{s\infty}(1 - \epsilon_{dyn})$, elle s'écrit

$$\epsilon_{dyn} = \left(1 - \frac{V_s(T_{init})}{V_{s\infty}}\right)e^{-K\omega_T t}.$$

Le temps d'établissement dynamique est ainsi donné par

$$T_{etab} = T_{SR} + T_L = T_{SR} + \frac{1}{K\omega_T} \text{Log}\left(\frac{1}{\epsilon'_{dyn}}\right)$$

avec

$$\epsilon'_{dyn} = \frac{\epsilon_{dyn}}{1 - \frac{V_s(T_{init})}{V_{s\infty}}}$$

$$V_{s\infty} = k \frac{KAd0}{1 + KAd0} VE + V_s[(n-1)Te]$$

$$V_s(T_{init}) = V_s(0^+) = -\frac{C_I C_E}{C_{EM}(C_L + C_I) + C_I C_L} VE + V_s[(n-1)Te] \text{ si } T_{SR} = 0$$

$$V_s(T_{init}) = V_s(T_{SR}) \approx SR.T_{SR} - \frac{C_I C_E}{C_{EM}(C_L + C_I) + C_I C_L} VE + V_s[(n-1)Te] \text{ si } T_{SR} > 0$$

On peut noter que l'erreur dynamique est fonction des conditions initiales et qu'ainsi l'OTA est intrinsèquement générateur de non-linéarités en cas d'erreur résiduelle dynamique importante en fin de charge. Lorsque la fonction analogique temps discret à réaliser est fortement suréchantillonnée ($\alpha \ll 1$), on peut se placer sur le pire cas avec

$$\epsilon'_{dyn} = \frac{\epsilon_{dyn}}{1 + \frac{C_I^2}{C_{EM}(C_L + C_I) + C_I C_L}}.$$

● Modèle du deuxième ordre

Le temps d'établissement de l'intégrateur à capacités commutées devant toujours être optimal, ce dernier est normalement placé en régime sousamorti. A partir de l'expression de la fonction de transfert $T(p)$ de l'intégrateur, et à partir de la solution générale d'un système du deuxième ordre on peut écrire la réponse indicielle à un échelon de tension

$VE.U(t)$

$$Vs(t) = Vs_{\infty} \left\{ 1 - \frac{Vs_{\infty} - Vs(T_{init})}{Vs_{\infty}} e^{-\xi \omega_0 (t - T_{init})} \left[\frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin(\sqrt{1 - \xi^2} \omega_0 (t - T_{init})) + \cos(\sqrt{1 - \xi^2} \omega_0 (t - T_{init})) \right] \right\}.$$

L'erreur statique est la même que pour un circuit du premier ordre. Quant à l'erreur dynamique, pour un réglage de l'intégrateur sur un temps d'établissement optimum (**réglage MST**), elle s'écrit

$$\epsilon_{dyn} = \left(1 - \frac{Vs(T_{init})}{Vs_{\infty}} \right) \exp\left(\frac{-\pi \cdot \xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \right).$$

Si on prend pour temps d'établissement linéaire la valeur T_0 de la première suroscillation (*figure 10*) (valeur conservative puisque $T_0 > T_{MST}$), avec

$$\xi = \frac{\text{Log}(1/\epsilon'_{dyn})}{\sqrt{\pi^2 + [\text{Log}(1/\epsilon'_{dyn})]^2}} \text{ avec } \epsilon'_{dyn} = \frac{\epsilon_{dyn}}{1 - \frac{Vs(T_{init})}{Vs_{\infty}}}$$

et

$$\omega_0 = \frac{\pi}{T_0 \sqrt{1 - \xi^2}}$$

on obtient pour valeur de temps d'établissement

$$T_{etab} = T_{SR} + \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}}.$$

Les valeurs de Vs_{∞} et de $Vs(T_{init})$ sont celles données pour le modèle du premier ordre. Le temps d'établissement ne pouvant être optimal pour tous les échantillons de sortie, les spécifications électriques de l'OTA devront être conservatives.

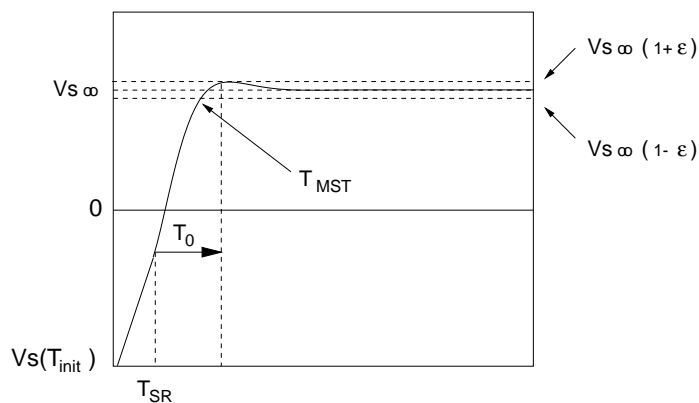


FIGURE 10 –
Définition du temps d'établissement pour un modèle d'AOP du deuxième ordre

3.4 Analyses temporelles avec un OVA

Si l'AOP est un amplificateur de tension, la sortie est sans discontinuité alors que l'entrée est toujours discontinue avec les conditions initiales

$$Vs(0^+) = Vs[(n-1)Te]$$

et

$$VM(0^+) = KkVE([(n-1)Te]).$$

L'équation de fonctionnement est inchangée :

$$VM(t) = KVs(t) + KkVE[(n-1)Te] - KVs[(n-1)Te].$$

La période de slew-rate a pour valeur

$$T_{SR} = \frac{1}{SR} \left\{ \frac{Vm}{K} + kVE[(n-1)Te] \right\}.$$

Pour le régime linéaire, les valeur initiales s'écrivent

$$\begin{aligned} Vs_{\infty} &= k \frac{KAd0}{1+KAd0} VE \\ Vs(T_{init}) &= 0 \text{ si } T_{SR} = 0 \\ Vs(T_{init}) &= Vs(T_{SR}) \approx SR.T_{SR} \text{ si } T_{SR} > 0 \end{aligned}$$

Contrairement à l'OTA, l'erreur dynamique est indépendante des conditions initiales. A erreur dynamique résiduelle en fin de charge identique, l'OVA est moins contraignant en termes d'indice de performances et plus facile à spécifier a priori.

3.5 Détermination des spécifications de l'AOP

Le problème posé est de traduire les exigences données en terme d'erreur sur le temps d'établissement de l'intégrateur à capacités commutées, en spécifications de l'AOP à synthétiser en terme de gain statique A_0 et de fréquence de transition F_T pour un modèle du premier ordre, augmenté du terme de marge de phase MP pour un modèle du deuxième ordre. Le slew-rate étant généralement dépendant de la fréquence de transition et de l'architecture du dispositif actif n'est pas considéré comme un paramètre spécifiable a priori.

3.5.1 Réglage sur un modèle du premier ordre

Le gain statique de l'AOP est simplement donné par

$$A_0 > \frac{1 - \epsilon_{sta}}{\epsilon_{sta}} \approx \frac{1}{\epsilon_{sta}}.$$

La période de slew-rate étant fixée, la détermination de la fréquence de transition F_T se fait à partir de la contrainte

$$\left(1 - \frac{Vs(T_{init})}{Vs_{\infty}}\right) e^{-K\omega_T t} < \epsilon_{dyn} \text{ et } t < \frac{Te}{2} - T_{SR}.$$

L'amplificateur opérationnel étant chargé par C_{Lef} , on doit respecter la condition

$$F_T > \frac{1}{K\pi(Te - 2T_{SR})} \text{Log} \frac{1}{\epsilon'_{dyn}}.$$

3.5.2 Réglage sur un modèle du second ordre

Comme pour le modèle du premier ordre

$$A_0 > \frac{1 - \epsilon_{sta}}{\epsilon_{sta}} \approx \frac{1}{\epsilon_{sta}}.$$

Pour la détermination de la fréquence de transition et de la marge de phase, la période de slew-rate étant fixée, avec un réglage sur le **temps d'établissement optimum** d'un circuit du deuxième ordre en boucle fermée avec à T_0

$$\exp\left(\frac{-\pi \cdot \xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) < \epsilon'_{dyn}$$

et

$$T_0 = \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1-\xi^2}} < \frac{T_e}{2} - T_{SR}$$

on obtient le coefficient d'amortissement

$$\xi = \frac{\text{Log}(1/\epsilon'_{dyn})}{\sqrt{\pi^2 + [\text{Log}(1/\epsilon'_{dyn})]^2}}$$

et la pulsation de résonance

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{(T_e - 2T_{SR})\sqrt{1-\xi^2}}.$$

Pour fixer la marge de phase de l'amplificateur opérationnel en fonction de la marge de phase de l'intégrateur, il suffit de considérer les deux valeurs particulières du gain en boucle ouverte de l'AOP modélisé par son gain statique Ad_0 et ses deux pôles simples ω_1 et ω_2 :

$$\frac{Ad_0}{\sqrt{\left(1 + \frac{\omega_T^2}{\omega_1^2}\right)\left(1 + \frac{\omega_T^2}{\omega_2^2}\right)}} = 1$$

et

$$\frac{Ad_0}{\sqrt{\left(1 + \frac{\omega_K^2}{\omega_1^2}\right)\left(1 + \frac{\omega_K^2}{\omega_2^2}\right)}} = \frac{1}{K}$$

pour écrire avec $\omega_T \gg \omega_1$, $\omega_K \gg \omega_1$, $MP_{int} = \arctg\left(\frac{\omega_2}{\omega_K}\right)$ et $MP_{aop} = \arctg\left(\frac{\omega_2}{\omega_T}\right)$:

$$\frac{\cotg^2(MP_{int})}{\cotg^2(MP_{aop})} \frac{1 + \cotg^2(MP_{int})}{1 + \cotg^2(MP_{aop})} = K^2.$$

On en déduit la valeur

$$MP_{aop} = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{\frac{\sqrt{1 + \frac{4}{K^2} \cotg^2(MP_{int})(1 + \cotg^2(MP_{int})) - 1}}{2}}}}\right).$$

La spécification de la fréquence de transition de l'OTA, se fait à partir de

$$Q_0 = \frac{1}{2\xi} = \frac{\omega_0}{\omega_1 + \omega_2} \approx \frac{\omega_0}{\omega_2} = \frac{\omega_0}{\omega_T \text{tg}(MP_{aop})}.$$

Elle a pour valeur

$$F_T > \frac{2\xi}{(Te - 2T_{SR})\text{tg}(MP_{aop})\sqrt{1 - \xi^2}}$$

3.5.3 Transfert sur la phase passive

Si la réalisation de la fonction analogique le permet, il est souvent avantageux d'effectuer le prélèvement de la sortie de l'intégrateur en fin de phase passive. On peut ainsi éviter les transferts actifs sur plusieurs AOP en cascade et découpler temporellement les chaînes d'intégrateurs. Si les environnements capacitifs sont différents entre les deux phases (notamment l'éventuelle capacité de sortie) il y a redistribution instantanée des charges électriques sur les sorties des OTA, génération d'un saut de tension et rétablissement des tensions de sortie sur le gain de boucle de la phase passive. On peut noter qu'un transfert incomplet sur la phase active peut être complété sur la phase passive. Le découplage temporel réduit également les contraintes sur le temps d'établissement.

3.6 Remarques

Le formalisme développé précédemment considère qu'il n'y a aucun élément résistif dans le montage et qu'ainsi tous les transferts de charges sont instantanés. En pratique, les commutateurs sont résistifs, les OTA ont une résistance de sortie finie (surtout en hautes fréquences), les OVA ont une résistance de sortie non nulle et VE n'est pas un échelon de tension idéal surtout si plusieurs intégrateurs sont en boucle. On devra donc prendre une marge de sécurité sur les spécifications des AOP.

D'autre part, il est important de noter que si du point de vue architectural l'OAV est toujours plus compliqué que l'OTA, en terme de performances électriques il est moins contraignant. Ainsi, lorsque les signaux sont fortement suréchantillonnés, par exemple en filtrage, le facteur de gain α étant relativement petit, l'amplificateur de tension à une période de slew-rate souvent négligeable.

4 L'intégrateur physique : les commutateurs

5 L'intégrateur physique : le bruit

6 L'intégrateur compensé

7 L'intégrateur VLT

8 L'intégrateur différentiel

Références