

Les intégrateurs R.C et MR.C

Table des matières

1	Introduction	2
2	Les intégrateurs actifs RC	2
2.1	L'intégrateur de Miller	2
2.1.1	Constitution	2
2.1.2	Prise en compte des non-idéalités actives : le concept de coefficient de qualité	2
2.1.3	Coefficient de qualité de l'intégrateur de Miller	2
2.2	L'intégrateur positif à coefficient de qualité positif	4
2.2.1	Constitution	4
2.2.2	Prise en compte des non-idéalités des AOPs	4
2.3	D'autres intégrateurs RC	5
2.3.1	Les intégrateurs de Miller non-inverseur	5
2.3.2	L'intégrateur positif de Deboo	6
2.3.3	Les intégrateur à haut coefficient de qualité	6
2.4	Les intégrateurs à sorties différentielles	7
2.4.1	L'intégrateur à coefficient de qualité négatif	7
2.4.2	L'intégrateur à coefficient de qualité positif	7

1 Introduction

BLABLA

2 Les intégrateurs actifs RC

2.1 L'intégrateur de Miller

2.1.1 Constitution

Sous sa forme la plus simple non différentiel (*figure 1*) l'intégrateur actif RC est composé d'un condensateur, d'une résistance et d'un amplificateur opérationnel.

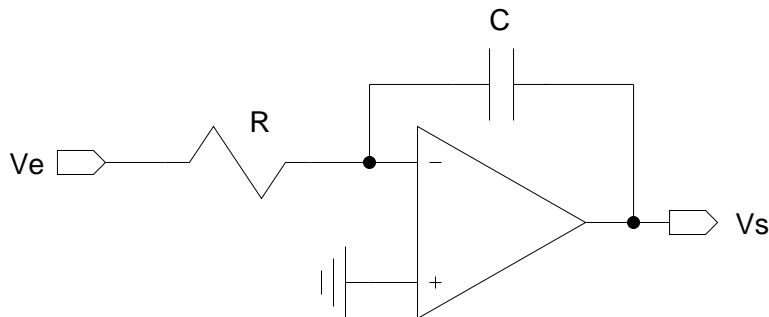


FIGURE 1 –
L'intégrateur de Miller

Si l'AOP est idéal, l'intégrateur de Miller est un montage inverseur caractérisé par la fonction de transfert

$$T_I = \frac{V_s}{V_e} = -\frac{1}{RCp}.$$

2.1.2 Prise en compte des non-idéalités actives : le concept de coefficient de qualité

Pratiquement, l'amplificateur opérationnel non idéal introduit un biais sur la fonction de transfert de l'intégrateur se traduisant par un amortissement tel que

$$T_I = \frac{1}{R(\omega) + jX(\omega)}.$$

Par analogie avec les inductances et les condensateurs qui présentent un coefficient de qualité infini lorsqu'ils sont sans perte (amortissement nul), on caractérise l'intégrateur actif non idéal par son coefficient de qualité

$$Q_I = \frac{X(\omega)}{R(\omega)} = -\tan(\Theta).$$

2.1.3 Coefficient de qualité de l'intégrateur de Miller

Si on considère un amplificateur opérationnel (*figure 2*) modélisé par une réponse en fréquence à [un pôle](#)

avec

$$A(\omega) = \frac{A_0}{1 + \frac{p}{\omega_c}} = \frac{1}{\frac{1}{A_0} + \frac{p}{A_0\omega_c}} \approx \frac{1}{\frac{1}{A_0} + \frac{p}{\omega_T}}$$

et en considérant un admittance parasite $Y_1 = G_1 + C_1 p$, connectée sur l'entrée inverseuse de l'amplificateur, on détermine la fonction de transfert

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{-G}{p^2 \frac{C+C_1}{\omega_T} + p \left(\frac{G+G_1}{\omega_T} + \frac{C+C_1}{A_0} + C \right) + \frac{G+G_1}{A_0}}.$$

On peut noter que l'admittance parasite Y_1 peut modéliser la capacité parasite d'entrée de l'AOP et les résistances et condensateurs d'injection d'éventuels autres signaux d'entrée sur le nœud de sommation.

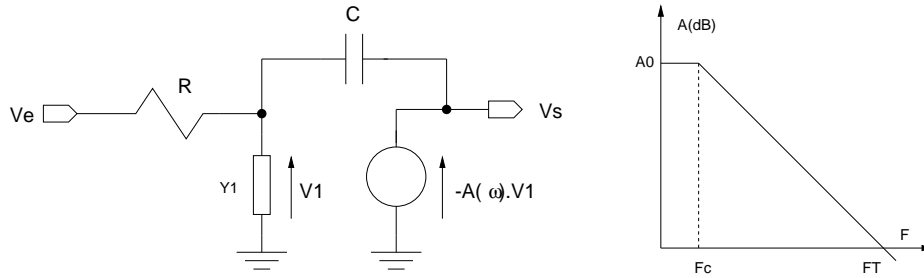


FIGURE 2 –
Modèle de calcul pour le coefficient de qualité
de l'intégrateur de Miller

En terme de coefficient de qualité, l'intégrateur de Miller est formellement caractérisé par

$$Q_I = \frac{\frac{\omega}{\omega_T} \left(1 + \frac{G_1}{G} \right) + \frac{\omega}{A_0} \frac{C+C_1}{G} + \omega \frac{C}{G}}{\frac{1+G_1/G}{A_0} - \frac{\omega^2}{\omega_T} \frac{C+C_1}{G}},$$

ainsi pour une fréquence particulière ω_i telle que $\omega_c \ll \omega_i = 1/RC \ll \omega_T$

$$Q_I \approx \frac{1}{\frac{1}{A_0} - \frac{\omega_i}{\omega_T}} \approx -\frac{\omega_T}{\omega_i}.$$

D'autre part, avec

$$\frac{V_s}{V_e} \approx -\frac{1}{RCp} \frac{1}{p \frac{1+C_1/C}{\omega_T} + \frac{1+R/R_1}{C\omega_T} + 1},$$

et avec $C_1 = G_1 = 0$, la fonction de transfert de l'intégrateur s'écrit

$$\frac{V_s}{V_e} \approx -\frac{1}{RCp} \frac{1}{1 + \frac{\omega_i}{\omega_T} + j \frac{\omega_i}{\omega_T}}.$$

L'intégrateur de Miller "physique" présente donc une erreur de phase négative

$$\epsilon_\Theta \approx -\frac{\omega_i}{\omega_T}.$$

ainsi qu'un facteur d'erreur sur le gain

$$\Upsilon_G \approx 1 - \frac{\omega_i}{\omega_T} - 0.5 \left(\frac{\omega_i}{\omega_T} \right)^2.$$

Dans le cas courant où l'amplificateur opérationnel est modélisé par un circuit à deux pôles, le second pôle ω_b étant spécifié en terme de **marge de phase**

$MP \approx \arctan(\omega_b/\omega_T)$, on peut formellement effectuer une prise en compte de ce second pôle avec

$$\epsilon_{\Theta} \approx -\frac{\omega_i}{\omega_T}(1 + \cot(MP)).$$

2.2 L'intégrateur positif à coefficient de qualité positif

2.2.1 Constitution

La réalisation de ce type d'intégrateur (*figure 3*) nécessite l'utilisation de deux éléments actifs. Les amplificateurs opérationnels étant idéaux, ce circuit a pour fonction de transfert

$$T_I = \frac{1}{RC}.$$

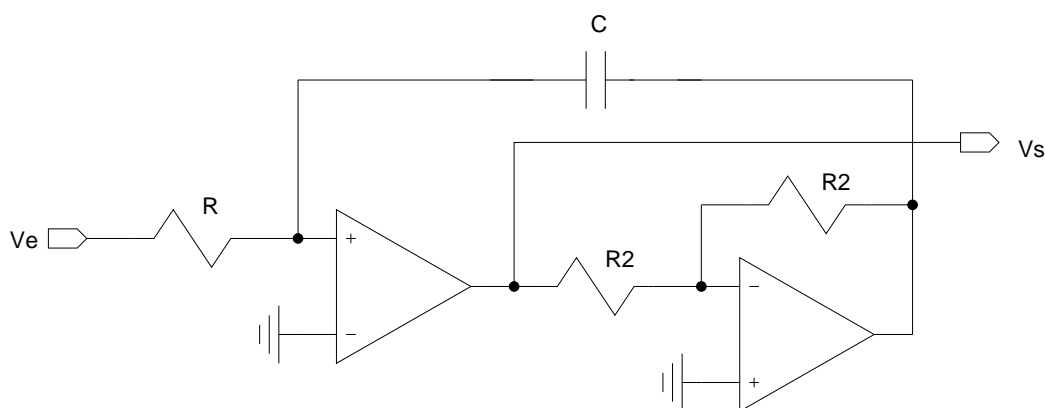


FIGURE 3 –
L'intégrateur à Q_I positif

2.2.2 Prise en compte des non-idéalités des AOPs

Une prise en compte des non-idéalités des deux amplificateurs opérationnels, supposés identiques, peut être réalisée à partir du modèle de calcul de la *figure 4*.

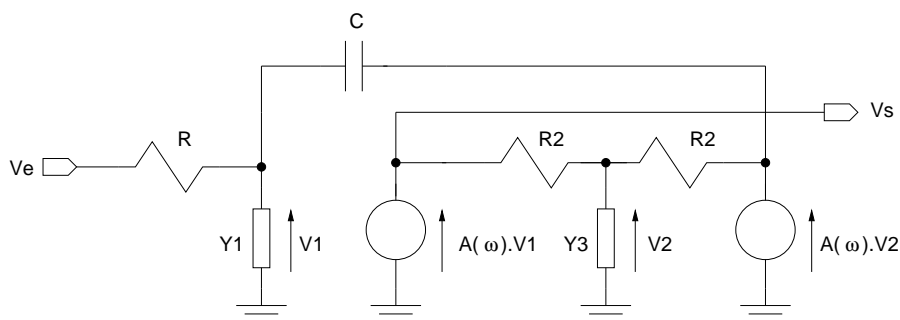


FIGURE 4 –
Modèle de calcul pour le coefficient de qualité de l'intégrateur positif

L'intégrateur positif peut ainsi être modélisé par une fonction de transfert du quatrième ordre

$$T_I = \frac{p^2 \frac{C_3}{G_2 \omega_T} + p \left(\frac{2+G_3/G_2}{\omega_T} + \frac{C_3}{G_2 A_0} \right) + \frac{2+G_3/G_2}{A_0} + 1}{ap^4 + bp^3 + cp^2 + dp + e}$$

avec

$$\begin{aligned} a &= \frac{(C_1+C)C_3}{GG_2\omega_T^2} \\ b &= \frac{(C+C_1)(2+G_3/G_2)}{G\omega_T^2} + \frac{C_3(1+G_1/G)}{G_2\omega_T^2} + \frac{2C_3(C+C_1)}{GG_2A_0\omega_T} \\ c &= \frac{(1+G_1/G)(2+G_3/G_2)}{\omega_T^2} + \frac{C+C_1}{G\omega_T} + \frac{(C+C_1)(2+G_3/G_2)}{A_0G\omega_T} + \frac{C_3(1+G_1/G)}{A_0G_2\omega_T} \\ d &= \frac{1+G_1/G}{\omega_T} + \frac{C}{G} + 2 \frac{(2+G_3/G_2)(1+G_1/G)}{A_0\omega_T} + \frac{C+C_1}{A_0G} + \frac{1+G_1/G}{A_0} + \frac{(1+G_1/G)(2+G_3/G_2)}{A_0^2} \\ e &= \frac{1+G_1/G}{A_0} + \frac{(1+G_1/G)(2+G_3/G_2)}{A_0^2}. \end{aligned}$$

Sous les mêmes conditions d'approximation que l'intégrateur de Miller, la fonction de transfert peut s'écrire

$$T_I \approx \frac{1}{RCp} \frac{1 + \frac{2p}{\omega_T}}{\frac{p}{\omega_T} + 1 + \frac{1}{RC\omega_T}}.$$

En considérant la phase

$$\Theta \approx \arctan\left(\frac{2\omega_i}{\omega_T}\right) - \arctan\left(\frac{\omega_i}{\omega_T}\right),$$

l'intégrateur non inverseur "physique" présente un coefficient de qualité positif

$$Q_I \approx \frac{\omega_T}{\omega_i}.$$

Quant à l'erreur de phase (pour un modèle d'AOP à deux pôles) et au facteur d'erreur sur le gain, ils s'écrivent respectivement

$$\epsilon_\Theta \approx \frac{\omega_i}{\omega_T} \cdot (1 + \cot(MP))$$

et

$$\Upsilon_G \approx 1 - \frac{\omega_i}{\omega_T} + 0.5 \left(\frac{\omega_i}{\omega_T} \right)^2$$

Il est important de noter que l'association intégrateur de Miller et intégrateur positif conduit à une compensation des erreurs de phase (compensation des coefficients de qualité), et cette particularité est couramment mis à profit en [filtrage](#)

2.3 D'autres intégrateurs RC

Il existe de nombreux autres intégrateurs RC, ces montages ne possédant pas de version différentielle ou utilisant un grand nombre d'AOP, ils sont difficilement utilisables en micro-électronique, ainsi nous ne donneront que le schéma électrique des principaux [?] et leurs performances simplifiées.

2.3.1 Les intégrateurs de Miller non-inverseur

Leur coefficient de qualité étant de même signe que l'intégrateur de Miller inverseur, ils ne sont pas compensables (*figure 5* et *figure 6*).

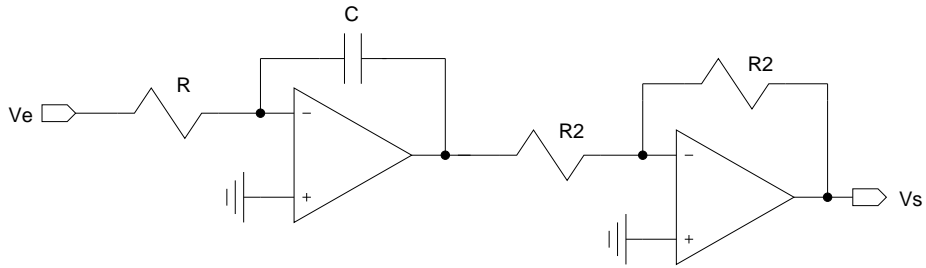


FIGURE 5 –
L'intégrateur de Miller non-inverseur standard
 $T_I = \frac{1}{RC}$ et $Q_I \approx -\frac{\omega T}{3\omega_i}$

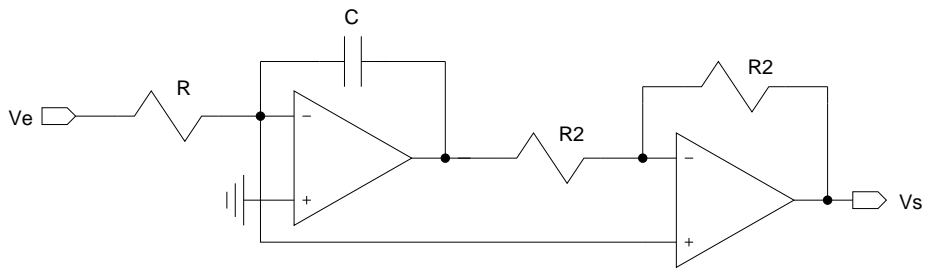


FIGURE 6 –
L'intégrateur de Miller non-inverseur modifié
 $T_I = \frac{1}{RC}$ et $Q_I \approx -\frac{\omega T}{\omega_i}$

2.3.2 L'intégrateur positif de Deboo

Cet intégrateur (*figure 7*) utilise un seul élément actif, mais exige un parfait appariement des résistances.

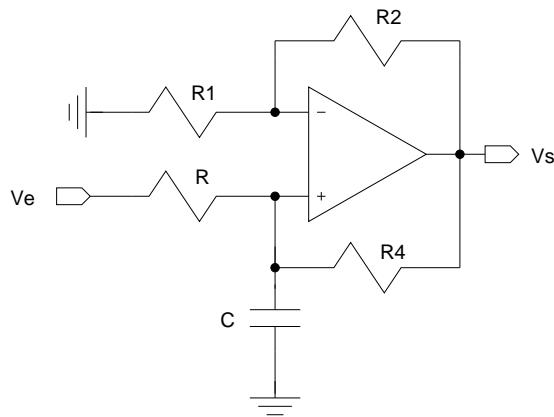


FIGURE 7 –
L'intégrateur de Deboo
 $T_I = \frac{1}{RC}$ et $Q_I \approx -\frac{\omega T}{2\omega_i}$

2.3.3 Les intégrateur à haut coefficient de qualité

Leur coefficient de qualité est pratiquement infini. Leur réalisation nécessite l'utilisation d'un suiveur de tension difficilement réalisable à cause du mode commun d'entrée

limité de la plupart des amplificateurs opérationnels. (*figure 8* et *figure 9*)

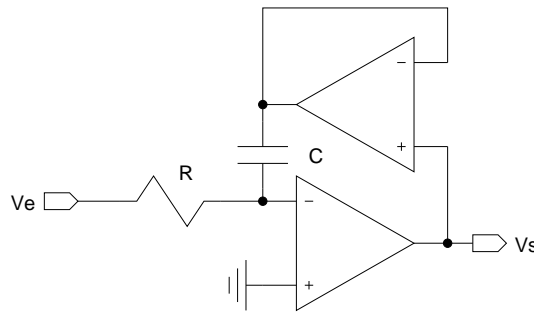


FIGURE 8 –
L'intégrateur à haut coefficient de qualité inverseur
 $T_I = -\frac{1}{RC}$ et $Q_I \approx -(\frac{\omega_T}{\omega_i})^3$

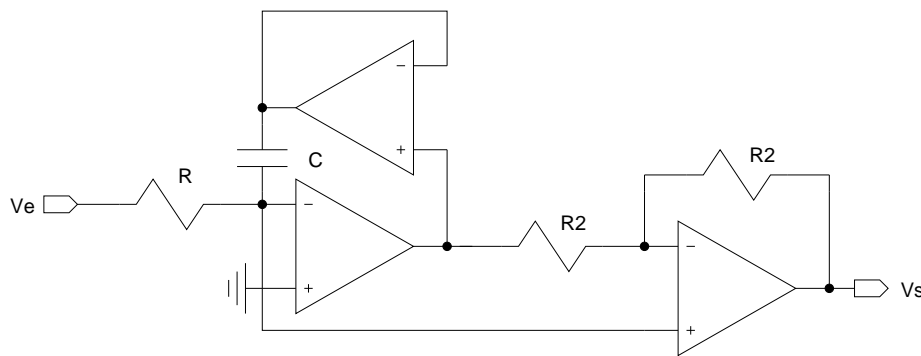


FIGURE 9 –
L'intégrateur à haut coefficient de qualité non-inverseur
 $T_I = \frac{1}{RC}$ et $Q_I \approx -(\frac{\omega_T}{\omega_i})^3$

2.4 Les intégrateurs à sorties différentielles

2.4.1 L'intégrateur à coefficient de qualité négatif

Le schéma de l'intégrateur à sorties différentielles est directement dérivé du schéma de l'intégrateur de Miller. Le schéma de la *figure 10* correspond à la version négative. Par permutation des sorties on obtiendrait un intégrateur positif. De part le [principe du demi-circuit](#), ses performances en terme de coefficient de qualité sont celles de l'intégrateur non différentiel.

2.4.2 L'intégrateur à coefficient de qualité positif

Un schéma de l'intégrateur à sorties différentielles est directement dérivé du schéma de l'intégrateur positif. Le schéma de la *figure 11* correspond à la version négative. Par permutation des sorties on obtiendrait un intégrateur positif. Ses performances en terme de coefficient de qualité sont celles de l'intégrateur correspondant non différentiel.

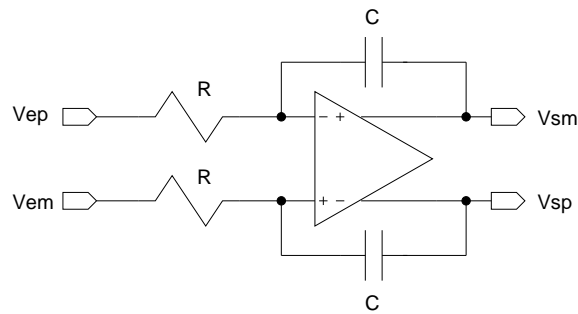


FIGURE 10 –
L'intégrateur différentiel de Miller
 $T_I = -\frac{1}{RC}$ et $Q_I \approx -\frac{\omega_T}{\omega_i}$

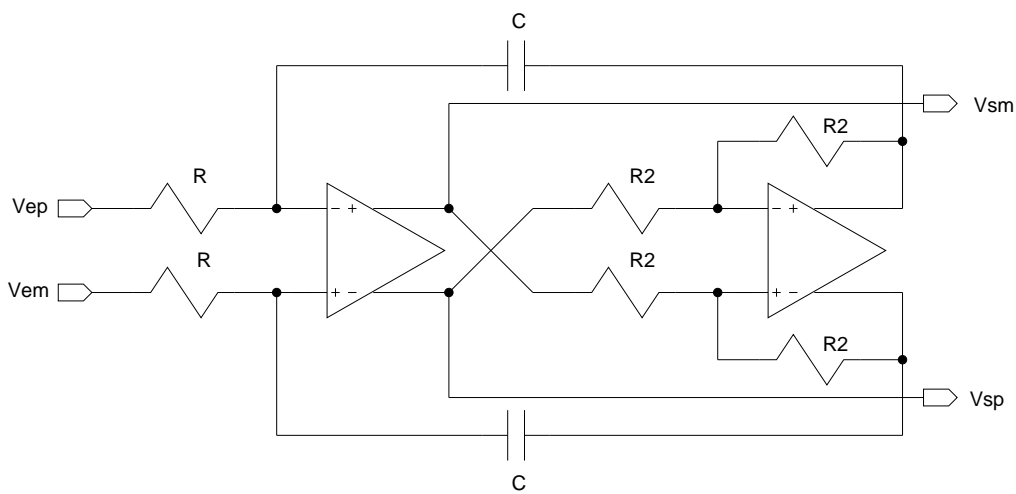


FIGURE 11 –
L'intégrateur différentiel à coefficient de qualité positif
 $T_I = -\frac{1}{RC}$ et $Q_I \approx +\frac{\omega_T}{\omega_i}$

Références

- [1] P. O. BRACKETT and A. S. SEDRA. "Active compensation for high-frequency effects in op-amp circuits with applications to active RC filters". *IEEE Transactions on Circuit and System*, vol. 23(No. 2) :pp. 68–72, Feb. 1976.