

# Les cellules de RAUCH

## R.C et MR.C

### Table des matières

<b>1</b>	<b>Les cellules de Rauch génériques</b>	<b>3</b>
1.1	La cellule non différentielle . . . . .	3
1.2	La cellule différentielle . . . . .	3
1.3	Prise en compte des spécifications de l'AOP . . . . .	3
<b>2</b>	<b>La cellule passe-bas R.C</b>	<b>5</b>
2.1	Equations de synthèse . . . . .	5
2.2	Indices de performance . . . . .	6
2.3	Détermination des composants . . . . .	6
2.4	Prise en compte des spécifications de l'AOP . . . . .	8
2.5	Prise en compte des effets distribués des résistances . . . . .	8
2.6	Les cellules passe-bas différentielles . . . . .	10
2.7	Utilisation de la cellule passe-bas . . . . .	10
<b>3</b>	<b>La cellule passe-haut R.C</b>	<b>11</b>
3.1	Equations de synthèse . . . . .	12
3.2	Indices de performance . . . . .	12
3.3	Détermination des composants . . . . .	13
3.4	Prise en compte des spécifications de l'AOP . . . . .	14
3.5	Prise en compte des effets distribués des résistances . . . . .	14
3.6	Prise en compte des capacités parasites . . . . .	15
3.7	La cellule passe-haut différentielle . . . . .	15
3.8	Utilisation de la cellule passe-haut . . . . .	15
<b>4</b>	<b>La cellule passe-bande R.C</b>	<b>16</b>
4.1	Equations de synthèse . . . . .	16
4.2	Indices de performance . . . . .	17
4.3	Détermination des composants . . . . .	17
4.4	Prise en compte des spécifications de l'AOP . . . . .	18
4.5	Prise en compte des effets distribués des résistances . . . . .	19
4.6	Prise en compte des capacités parasites . . . . .	20
4.7	La cellule passe-bande différentielle . . . . .	20
4.8	Utilisation de la cellule passe-bande . . . . .	20

<b>5</b>	<b>Les cellules RC du troisième ordre</b>	<b>21</b>
5.1	La cellule passe-bas . . . . .	21
5.2	La cellule passe-haut . . . . .	23
<b>6</b>	<b>Les cellules de Rauch MRC</b>	<b>23</b>
6.1	Cellules d'ordre deux . . . . .	23
6.1.1	Constitution . . . . .	23
6.2	Cellules d'ordre trois . . . . .	25
6.2.1	Constitution . . . . .	25

# 1 Les cellules de Rauch génériques

## 1.1 La cellule non différentielle

La cellule de Rauch (*figure 1*) est une cellule de filtrage à une boucle de contre réaction multiple [?]. La masse virtuelle établie par l'amplificateur opérationnel à gain infini, limite le taux de distorsion harmonique en réduisant l'excursion du mode commun sur l'entrée du dispositif actif.

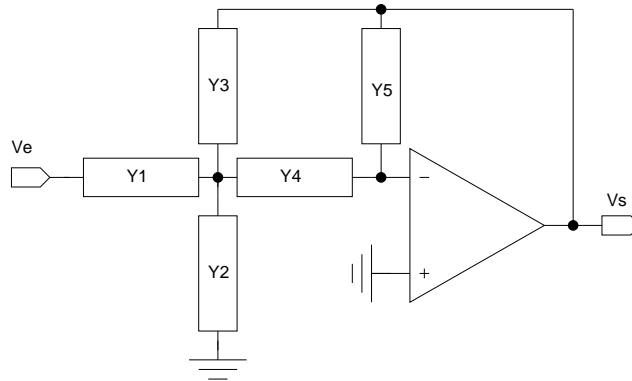


FIGURE 1 – Cellule de Rauch à sortie simple

L'AOP étant idéal, la cellule a pour fonction de transfert

$$\frac{V_s}{V_e} = -\frac{Y_1 Y_4}{Y_3 Y_4 + Y_5 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)}.$$

Selon la nature des différentes admittances, elle permet la synthèse des fonctions passe-bas, passe-haut et passe-bande.

## 1.2 La cellule différentielle

De part la présence de la masse sur l'entrée non inverseuse de l'amplificateur, la cellule de Rauch à sortie différentielle de la *figure 2* est directement synthétisable par duplication de réseau passif de réaction de la cellule à sortie simple.

De part le [principe du demi-circuit](#)

, pour le mode différentiel, elle a pour fonction de transfert

$$\frac{V_{sd}}{V_{ed}} = \frac{V_{sp} - V_{sm}}{V_{ep} - V_{em}} = -\frac{Y_1 Y_4}{Y_3 Y_4 + Y_5 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)}.$$

Toujours, selon le principe du demi-circuit, pour le mode différentiel, les deux dipôles référencés, d'admittance  $Y_2$ , peuvent regroupés en un dipôle flottant d'impédance  $Z'_2 = 2Z_2$ . On synthétise ainsi la cellule de la *figure 3*.

## 1.3 Prise en compte des spécifications de l'AOP

En microélectronique et dans un environnement résistif, l'amplificateur opérationnel est généralement de type ["deux nœuds haute impédance"](#)

, spécifié en terme de gain statique, de fréquence de transition et de marge de phase.

Si on le modélise par un amplificateur de transconductance avec une impédance d'entrée

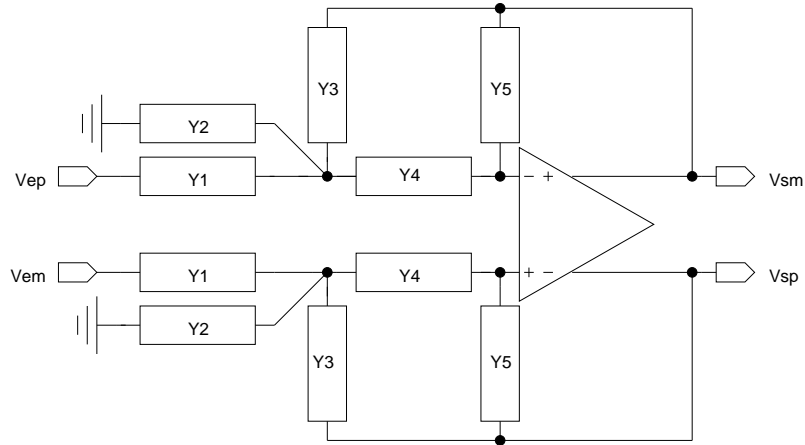


FIGURE 2 – Cellule de RAUCH à sortie différentielle

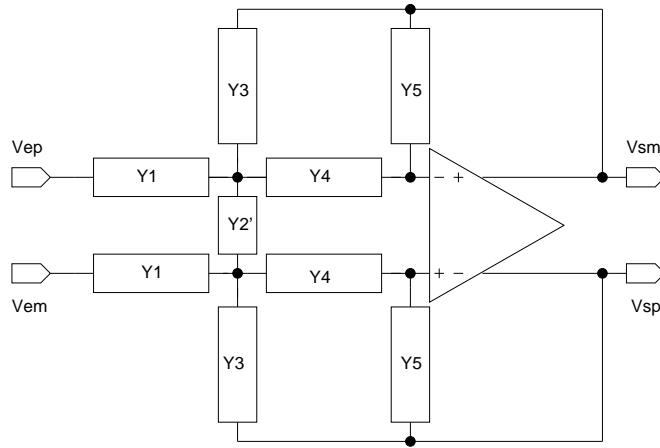


FIGURE 3 – Cellule de Rauch à sortie différentielle avec  $Y_2$  flottant

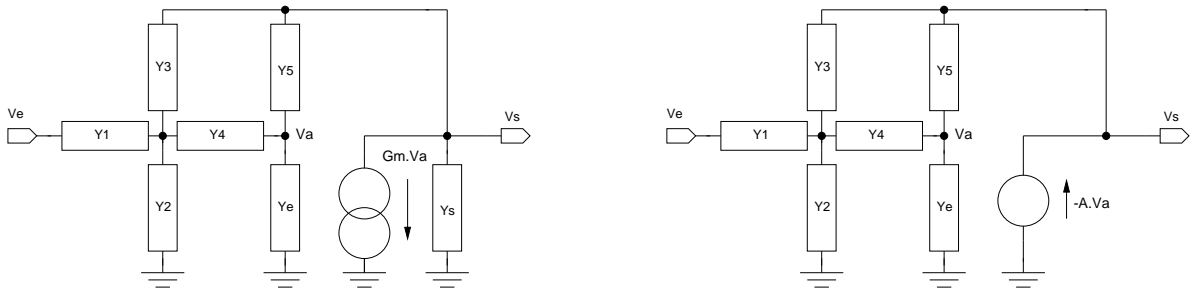


FIGURE 4 – Modèles de prise en compte des imperfections de l'AOP

finie  $Y_e = C_{ep}$ , une impédance de sortie finie  $Y_s = G_s + C_{sp}$  et une transconductance finie  $G_m$  (figures 4) la cellule de Rauch est caractérisée par la fonction de transfert

$$\frac{V_s}{V_e} = - \frac{Y_1 Y_4 (G_m - Y_5) - Y_1 Y_3 Y_C}{(G_m - Y_5) \mathcal{Y} \mathcal{A} + \mathcal{Y} \mathcal{B} (Y_3 + Y_5 + Y_s) - Y_3^2 Y_C - Y_3 Y_4 Y_5}$$

avec

$$Y = Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 \quad Y_C = Y_4 + Y_5 + Y_e$$

et

$$\mathcal{Y}\mathcal{A} = Y Y_5 + Y_3 Y_4 \quad \mathcal{Y}\mathcal{B} = Y_C Y - Y_4^2.$$

Si le gain statique du deuxième étage

de l'amplificateur est suffisant, sa transconductance  $Gm$  est telle que  $Gm \gg |Y_i|$ , et si  $Gs \gg |Y_3|$  la cellule de Rauch a pour fonction de transfert

$$\frac{V_s}{V_e} \approx - \frac{Y_1 Y_4}{Y_3 Y_4 + Y_5 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + \left(\frac{1}{A_0} + \frac{p}{\omega_T}\right) \mathcal{Y}\mathcal{D}}$$

avec

$$A_0 = \frac{Gm}{G_s + G_3 + G_5} \quad \omega_T = \frac{Gm}{C_s + C_3 + C_5}$$

et

$$\mathcal{Y}\mathcal{D} = (Y_1 + Y_2 + Y_3)(Y_4 + Y_5 + Y_e) + Y_4(Y_5 + Y_e).$$

En notant que cette fonction de transfert est strictement identique à celle que l'on aurait obtenue en remplaçant le modèle transconductance de l'AOP par un modèle source de tension (*figures 4*), on obtient pour la cellule de Rauch, un modèle de calcul prenant en compte les imperfections de l'amplificateur opérationnel, spécifiées en terme de gain statique  $A_0$  et de fréquence de transition  $\omega_T$ , et indépendant de son architecture.

## 2 La cellule passe-bas R.C

Avec  $Y_1 = G_1$ ,  $Y_2 = C_2 p$ ,  $Y_3 = G_3$ ,  $Y_4 = G_4$  et  $Y_5 = C_5 p$ , le circuit de la *figure 5* réalise la fonction de transfert passe-bas

$$\frac{V_s}{V_e} = - \frac{\frac{G_1 G_4}{C_2 C_5}}{p^2 + \frac{G_1 + G_3 + G_4}{C_2} p + \frac{G_3 G_4}{C_2 C_5}}.$$

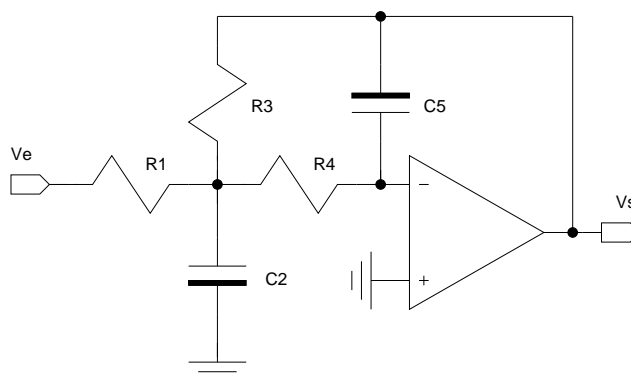


FIGURE 5 – Cellule de RAUCH passe-bas

### 2.1 Equations de synthèse

Par identification terme à terme avec la forme canonique passe-bas

$$T(p) = \frac{K_1 \omega_0^2}{p^2 + p \frac{\omega_0}{Q_0} + \omega_0^2}$$

au signe près pour le gain statique  $K_1$  (sans importance pour la réalisation d'un module), on obtient le jeu d'équations de synthèse

$$K_1 = \frac{G_1}{G_3}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{G_3 G_4}{C_2 C_5}}$$

$$Q_0 = \frac{\sqrt{\frac{C_2 G_4}{C_5 G_3}}}{1 + \frac{G_1}{G_3} + \frac{G_4}{G_3}}$$

## 2.2 Indices de performance

### - Sensibilités passives

La [sensibilité](#)

d'un paramètre  $P$  relative à un composant  $x_i$  étant définie par

$$S_{x_i}^P = \frac{\partial(\text{Log}P)}{\partial(\text{Log}x_i)},$$

on détermine la série d'indices

$$S_{R_1}^{K_1} = -1 \quad S_{R_3}^{K_1} = 1$$

$$S_{R_3, R_4, C_2, C_5}^{\omega_0} = -1/2$$

$$S_{C_2}^{Q_0} = 1/2 \quad S_{C_5}^{Q_0} = -1/2 \quad S_{R_3}^{Q_0} = \frac{1}{2} - \frac{\frac{R_3}{R_1} + \frac{R_3}{R_4}}{1 + \frac{R_3}{R_1} + \frac{R_3}{R_4}}$$

$$S_{R_4}^{Q_0} = -\frac{1}{2} + \frac{\frac{R_3}{R_4}}{1 + \frac{R_3}{R_1} + \frac{R_3}{R_4}} \quad S_{R_1}^{Q_0} = -\frac{1}{2} + \frac{\frac{R_3}{R_1}}{1 + \frac{R_3}{R_1} + \frac{R_3}{R_4}}.$$

Tous les indices étant inférieurs à l'unité, la cellule de Rauch peut être considérée comme une structure à faibles sensibilités passives.

### - Surface d'intégration

D'après l'expression analytique du coefficient de qualité le rapport des capacités  $C_2/C_5$  est proportionnel au carré du coefficient de qualité. Pour la synthèse de fonction de transfert d'ordre élevé, la cellule de Rauch peut rapidement conduire à des aires de silicium prohibitives.

### - Bruit

Si on associe à chaque résistance un générateur de bruit de densité spectrale  $4K_B T_K R$  et si on considère que ces générateurs de bruit sont décorrélés, la puissance de bruit inhérent (bruit passif) en sortie de la cellule passe-bas a pour expression [?]

$$V_{snr^2} = K_B T_K R_1 K_1 \omega_0 Q_0 \left( (Q_0^2 (1 + K_1 + \frac{R_3}{R_4})^2 + (1 + K_1)^2) \frac{R_4}{R_3} + (1 + K_1) \right).$$

## 2.3 Détermination des composants

En introduisant le paramètre intermédiaire  $\eta_C = \frac{C_2}{C_5}$  qui fixe l'étendue des capacités et le paramètre intermédiaire  $\eta_R = \frac{R_3}{R_4}$  qui règle l'étendue des résistances, à partir des équations de synthèse on obtient le jeu de valeurs

$$\eta_C = Q_0^2 \frac{(1+K_1+\eta_R)^2}{\eta_R}$$

$$R_1 = \frac{\sqrt{\frac{\eta_R}{\eta_C}}}{K_1 C_5 \omega_0}$$

$$R_3 = K_1 R_1.$$

Ayant cinq composants passifs à déterminer et trois équations de synthèse, on dispose de deux degrés de liberté. On peut choisir de se donner  $C_5$  et  $\eta_R$  et de sélectionner ces deux paramètres en vue de minimiser la surface de silicium nécessaire à l'intégration et/ou le bruit et/ou la sensibilité active en fixant la charge de l'AOP. On peut noter que  $C_5$  fixe directement le niveau d'impédance.

### - Minimisation de l'aire capacitive

En dérivant l'expression de  $\eta_C$  on obtient une valeur analytique  $\eta_R = 1 + K_1$  minimisant l'étendue des capacités (donc l'aire capacitive) telle que

$$\eta_C = 4Q_0^2(1 + K_1).$$

Cette valeur particulière annule l'indice de sensibilité passive  $S_{R_4}^{Q_0}$ .

### - Minimisation du bruit

Si on considère l'expression du bruit sous la forme

$$V_{snr}^2 = \frac{K_B T_K}{C_5} \frac{\eta_R}{1 + K_1 + \eta_R} \left( (Q_0^2(1 + K_1 + \eta_R)^2 + (1 + K_1)^2) \frac{1}{\eta_R} + (1 + K_1) \right)$$

et si on pose  $X = \frac{\eta_R}{1+K_1}$  on peut écrire

$$V_{snr}^2 = \frac{K_B T_K}{C_5} (1 + K_1) P(X)$$

avec

$$P(X) = \frac{X}{1+X} \left( \frac{Q_0^2(1+X)^2+1}{X} + 1 \right)$$

on constate sur la figure 6 la dépendance en  $Q_0^2$  de la puissance de bruit.

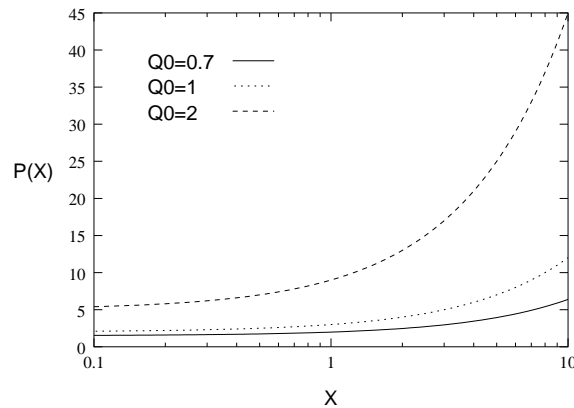


FIGURE 6 – Facteur de pondération du bruit

D'autre part, pour  $Q_0 \gg 1$  on peut écrire

$$Vsn_R^2 = Q_0^2(1 + K_1 + \eta_R) \frac{K_B T_K}{C_5}$$

et pour la valeur particulière  $\eta_R = 1 + K_1$  minimisant l'aire capacitive de la cellule

$$Vsn_R^2 = 2(1 + K_1)Q_0^2 \frac{K_B T_K}{C_5}.$$

Ainsi, le gain de la cellule et le coefficient de qualité étant donnés, une minimisation du bruit implique la sélection d'une forte valeur de  $C_5$  et dans une moindre mesure une faible valeur de  $\eta_R$ .

## 2.4 Prise en compte des spécifications de l'AOP

Compte tenu des spécifications de l'amplificateur opérationnel fournies en terme de gain statique et de fréquence de transition, Ce étant la somme des capacités parasites présentes sur l'entrée, la fonction de transfert de la cellule passe-bas s'écrit

$$T(p) \approx \frac{K_1 \omega_0^2}{(p^2 + \frac{\omega_0}{Q_0}p + \omega_0^2) + (\frac{1}{A_0} + \frac{p}{\omega_T})((1 + \frac{C_e}{C_5})p^2 + (\frac{G_4}{C_5} + \frac{(G_1+G_3+G_4)(1+C_e/C_5)}{C_2})p + \frac{G_4(G_1+G_3)}{C_2 C_5})}.$$

En statique

$$T(p) \approx \frac{K_1}{1 + \frac{1+K_1}{A_0}}$$

et pour une fréquence de fonctionnement  $F_T/A_0 \ll F \ll F_T$

$$T(p) \approx \frac{K_1 \omega_0^2}{(\frac{1+C_e/C_5}{\omega_T})p^3 + (1 + \frac{\omega_0}{Q_0 \omega_T} (1 + \frac{C_e}{C_5} + Q_0^2(1+K_1+\eta_R)))p^2 + (\frac{\omega_0}{Q_0} + \frac{\omega_0^2}{\omega_T} (1+K_1))p + \omega_0^2}.$$

A partir de l'expression de la fonction de transfert, et par réduction du dénominateur du troisième degré en polynôme du second degré par [l'algorithme de Friedman](#)

, on peut déterminer l'erreur commise sur le gain statique, le coefficient de qualité et la pulsation de résonance et effectuer un centrage nominal de la fonction de transfert. Une prise en compte approximative de la marge de phase peut être réalisée en majorant la fréquence de transition avec

$$F_T' = \frac{F_T}{1 + \cot(MP)}.$$

## 2.5 Prise en compte des effets distribués des résistances

En microélectronique, la résistance intégrée doit physiquement être considérée comme un [élément de ligne RC distribué](#)

, et formellement caractérisée par la matrice admittance

$$[Y] = Y_c \begin{pmatrix} \coth \sqrt{\tau} p & -\frac{1}{\sinh \sqrt{\tau} p} \\ -\frac{1}{\sinh \sqrt{\tau} p} & \coth \sqrt{\tau} p \end{pmatrix}$$

avec



$$Yc = \sqrt{\lambda p}, \lambda = C_T/R_T \text{ et } \tau = R_T C_T.$$

Les paramètres  $R_T$  et  $C_T$  sont respectivement la résistance totale et la capacité totale de l'élément de ligne  $RCD$  et  $\tau$  la constante de temps correspondante. La résistance intégrée est modélisable par l'équivalence en Té de la *figure 7*.

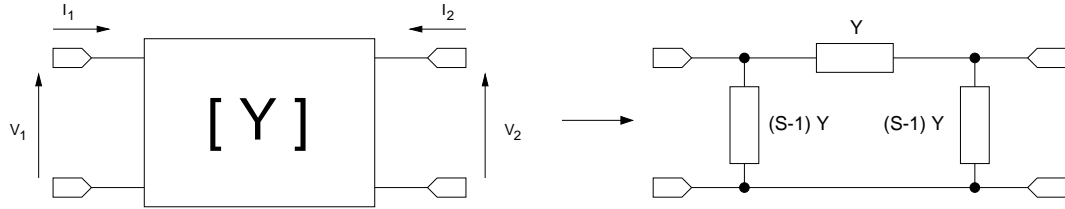


FIGURE 7 -

*Equivalence en Té de la résistance intégrée*  
 $S = \cosh \sqrt{\tau p}$  et  $Y = \frac{Yc}{\sinh \sqrt{\tau p}}$

Ainsi, si on considère le modèle de calcul de la cellule de Rauch passe-bas distribuée de la *figure 8*, l'amplificateur opérationnel étant idéal, on peut écrire

$$\frac{Vs}{Ve} = - \frac{\frac{Y_1 Y_4}{C_2 C_5}}{p^2 + \frac{S_1 Y_1 + S_3 Y_3 + S_4 Y_4}{C_2} p + \frac{Y_3 Y_4}{C_2 C_5}}$$

soit

$$\frac{Vs}{Ve} = - \frac{\frac{1}{C_2 C_5} \frac{Yc_1}{\sinh \sqrt{\tau_1 p}} \frac{Yc_4}{\sinh \sqrt{\tau_4 p}}}{p^2 + \frac{Yc_1 \coth \sqrt{\tau_1 p} + Yc_3 \coth \sqrt{\tau_3 p} + Yc_4 \coth \sqrt{\tau_4 p}}{C_2} p + \frac{1}{C_2 C_5} \frac{Yc_3}{\sinh \sqrt{\tau_3 p}} \frac{Yc_4}{\sinh \sqrt{\tau_4 p}}}$$

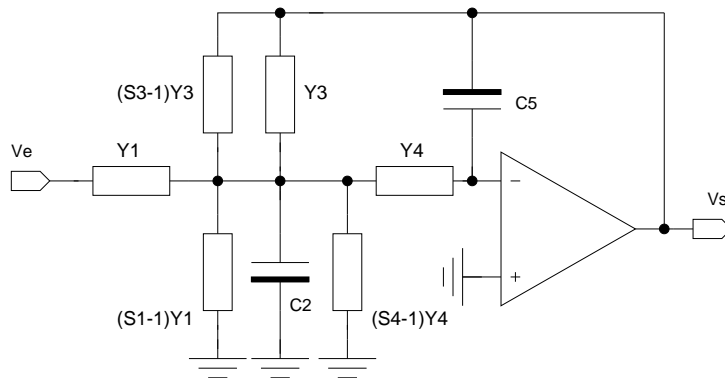


FIGURE 8 -

*Modèle de calcul de la cellule de Rauch passe-bas distribuée*

Un développement analytique directe de la fonction de transfert conduisant à une fonction transcendante très difficilement interprétable, on peut effectuer un développement limité avec

$$\frac{Yc}{\sinh \sqrt{\tau p}} \approx \frac{1}{R_T} \frac{1}{1 + \frac{\tau}{6} p + \frac{\tau^2}{120} p^2}$$

et

$$Yc \cdot \coth \sqrt{\tau p} \approx \frac{1 + \frac{\tau}{2} p + \frac{\tau^2}{24} p^2}{1 + \frac{\tau}{6} p + \frac{\tau^2}{120} p^2}.$$

Ainsi, pour une fréquence de fonctionnement telle que  $\omega \ll \omega_d = 1/\tau$  la fonction de transfert peut être formellement approximée au premier ordre par la fonction de transfert d'ordre 5

$$\frac{V_s}{V_e} = - \frac{\frac{G_{T1} G_{T4}}{C_2 C_5} (\frac{\tau_3}{6} p + 1)}{a_5 p^5 + a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0}$$

avec

$$\begin{aligned} a_5 &= \frac{\tau_1}{6} \frac{\tau_3}{6} \frac{\tau_4}{6} \\ a_4 &= \frac{\tau_3}{6} \left( \frac{\tau_1}{6} + \frac{\tau_4}{6} \right) + \frac{G_{T1}}{C_2} \frac{\tau_1}{2} \frac{\tau_3}{6} \frac{\tau_4}{6} + \frac{G_{T3}}{C_2} \frac{\tau_1}{6} \frac{\tau_3}{2} \frac{\tau_4}{6} + \frac{G_{T4}}{C_2} \frac{\tau_1}{6} \frac{\tau_3}{6} \frac{\tau_4}{2} \\ a_3 &= \frac{\tau_1}{6} + \frac{\tau_3}{6} + \frac{\tau_4}{6} + \frac{G_{T1}}{C_2} \left( \frac{\tau_1}{2} \frac{\tau_4}{6} + \frac{\tau_3}{6} \left( \frac{\tau_1}{2} + \frac{\tau_4}{6} \right) \right) + \frac{G_{T3}}{C_2} \left( \frac{\tau_1}{6} \frac{\tau_4}{6} + \frac{\tau_3}{2} \left( \frac{\tau_1}{6} + \frac{\tau_4}{6} \right) \right) \\ &\quad + \frac{G_{T4}}{C_2} \left( \frac{\tau_1}{6} \frac{\tau_4}{2} + \frac{\tau_3}{6} \left( \frac{\tau_1}{6} + \frac{\tau_4}{2} \right) \right) \\ a_2 &= 1 + \frac{G_{T1}}{C_2} \left( \frac{\tau_1}{2} + \frac{\tau_3}{6} + \frac{\tau_4}{6} \right) + \frac{G_{T3}}{C_2} \left( \frac{\tau_1}{6} + \frac{\tau_3}{2} + \frac{\tau_4}{6} \right) + \frac{G_{T4}}{C_2} \left( \frac{\tau_1}{6} + \frac{\tau_3}{6} + \frac{\tau_4}{2} \right) \\ a_1 &= \frac{G_{T1}}{C_2} + \frac{G_{T3}}{C_2} + \frac{G_{T4}}{C_2} + \frac{G_{T3} G_{T4}}{C_5} \frac{\tau_1}{6} \\ a_0 &= \frac{G_{T3} G_{T4}}{C_5 C_2}. \end{aligned}$$

Par réduction du dénominateur du cinquième degré en polynome du second degré par l'algorithme de Friedman, on peut déterminer l'erreur commise sur le coefficient de qualité et la pulsation de résonance et effectuer un centrage nominal de la fonction de transfert. Un développement limité au deuxième ordre conduirait à une fonction de transfert de degré huit avec bien évidemment une meilleure précision sur le centrage de la fonction de transfert ( $\omega \approx qqs \omega_d$ ).

## 2.6 Les cellules passe-bas différentielles

La cellule passe-bas directement dérivée du circuit de la *figure 2* est représentée sur la *figure 9*, alors que la cellule dérivée du circuit de la *figure 3* est représentée sur la *figure 10*. La seconde cellule avec  $C'_2 = C_2/2$  minimise la surface capacitive, et au niveau réalisation physique, de part la dissymétrie des [capacités parasites structurales](#)

associées on devra effectuer une connexion en antiparallèle des deux condensateurs. De ce fait, la capacité parasite ramenée sur les deux nœuds communs est notablement augmentée.

## 2.7 Utilisation de la cellule passe-bas

En termes de précisions, le gain statique et le coefficient de qualité sont intrinsèquement précis, puisque fixés par des rapports de composants de même nature, ils ne sont sensibles qu'à l'erreur locale (précision d'appariement), alors que la fréquence de résonance étant sensible à l'erreur globale ne peut être directement fixée qu'avec une précision de qqs 10%. En terme de surface d'intégration, l'étendue des composants passifs dépendant du carré du coefficient de qualité fait que la cellule est typiquement limitée au filtrage d'ordre peu élevé. En terme d'utilisation, en limitant l'excursion du mode commun sur l'entrée de l'amplificateur opérationnel la cellule passe-bas de Rauch

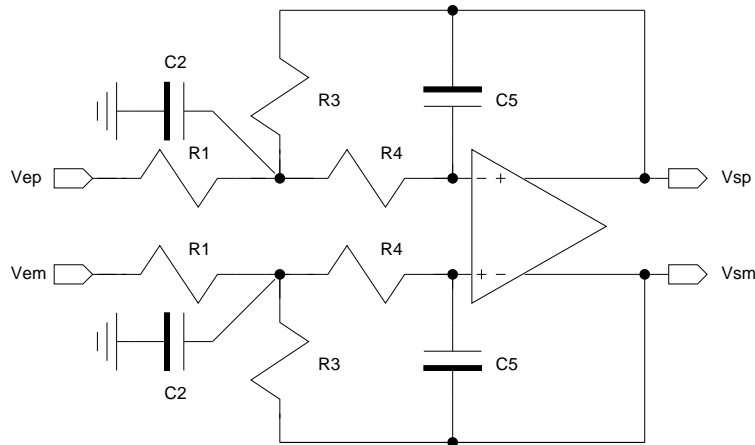


FIGURE 9 – Cellule de Rauch passe-bas différentielle avec  $C_2$  référencée

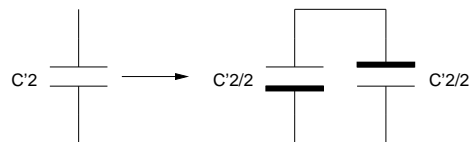
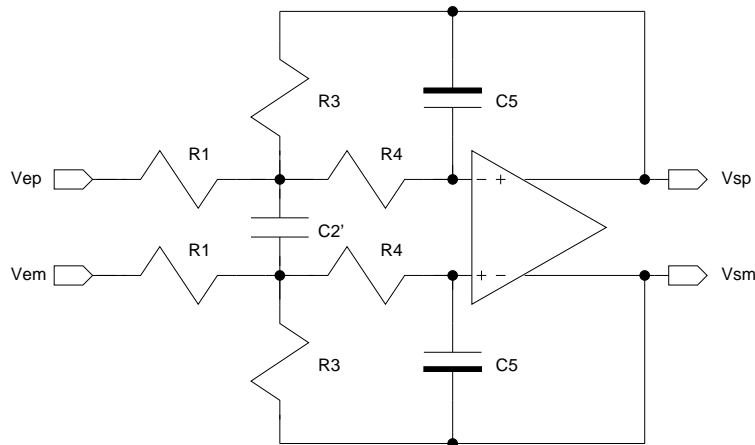


FIGURE 10 – Cellule de Rauch passe-bas différentielle avec  $C_2$  flottante

est caractérisée par un faible taux de distorsion harmonique, ainsi, en microélectronique, elle est souvent utilisée en filtrage antirepliement, fortement suréchantillonné si elle n'est pas associée à un circuit de réglage.

### 3 La cellule passe-haut R.C

La cellule de Rauch passe-haut est la cellule duale du passe-bas. Ainsi, avec  $Y_1 = C_{1p}$ ,  $Y_2 = G_2$ ,  $Y_3 = C_{3p}$ ,  $Y_4 = C_{4p}$  et  $Y_5 = G_5$ , le circuit de la *figure 11* réalise la fonction de transfert passe-haut

$$\frac{V_s}{V_e} = -\frac{\frac{C_1}{C_3}p^2}{p^2 + G_5\left(\frac{C_1}{C_3C_4} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4}\right)p + \frac{G_2G_5}{C_3C_4}}$$

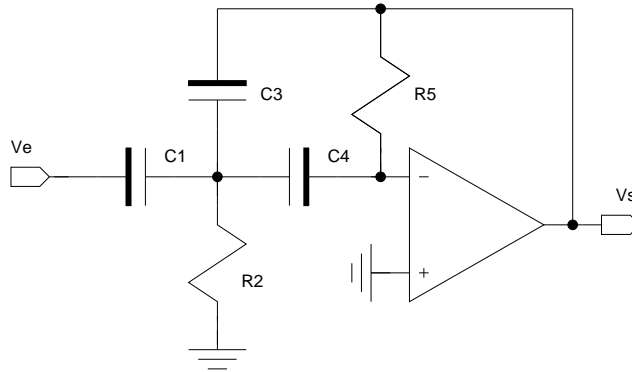


FIGURE 11 – Cellule de Rauch passe-haut

### 3.1 Equations de synthèse

Par identification terme à terme avec la forme canonique passe-haut

$$T(p) = \frac{K_3 p^2}{p^2 + p \frac{\omega_0}{Q_0} + \omega_0^2}$$

au signe près pour le gain statique  $K_3$ , on obtient le jeu d'équations de synthèse

$$K_3 = \frac{C_1}{C_3}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{G_2 G_5}{C_3 C_4}}$$

$$Q_0 = \frac{\sqrt{\frac{C_4 G_2}{C_3 G_5}}}{1 + \frac{C_4}{C_3} + \frac{C_1}{C_3}}$$

### 3.2 Indices de performance

#### - Sensibilités passives

A partir des équations de synthèse, on détermine les différents indices

$$S_{C_1}^{K_3} = 1 \quad S_{C_3}^{K_3} = -1$$

$$S_{C_3, C_4, R_2, R_5}^{\omega_0} = -1/2$$

$$S_{R_2}^{Q_0} = -1/2 \quad S_{R_5}^{Q_0} = 1/2 \quad S_{C_3}^{Q_0} = -\frac{1}{2} + \frac{\frac{C_1}{C_3} + \frac{C_4}{C_3}}{1 + \frac{C_1}{C_3} + \frac{C_4}{C_3}}$$

$$S_{C_4}^{Q_0} = \frac{1}{2} - \frac{\frac{C_4}{C_3}}{1 + \frac{C_1}{C_3} + \frac{C_4}{C_3}} \quad S_{C_1}^{Q_0} = \frac{1}{2} - \frac{\frac{C_1}{C_3}}{1 + \frac{C_1}{C_3} + \frac{C_4}{C_3}}$$

Comme sa duale passe-bas, la cellule de Rauch passe-haut est une structure à faibles sensibilités passives.

- **Surface d'intégration**

Le rapport des résistances  $R_5/R_2$  étant proportionnel au carré du coefficient de qualité, pour la synthèse de fonction de transfert d'ordre élevé, la cellule de Rauch peut rapidement conduire à des aires de silicium prohibitives.

- **Bruit**

La puissance de bruit inhérent (bruit passif) en sortie de la cellule passe-haut a pour expression [?]

$$V_{snr}^2 = K_B T_K R_2 \omega_0 Q_0 \left(1 + K_3 + \frac{C_4}{C_3}\right)^2 \left(Q_0^2 + \frac{C_3}{C_4} (1 + Q_0^2)\right).$$

### 3.3 Détermination des composants

En introduisant le paramètre intermédiaire  $\eta_R = \frac{R_5}{R_2}$  qui fixe l'étendue des résistances et le paramètre intermédiaire  $\eta_C = \frac{C_4}{C_3}$  qui règle l'étendue des capacités, à partir des équations de synthèse on obtient le jeu de valeurs

$$\eta_R = Q_0^2 \frac{(1 + K_3 + \eta_C)^2}{\eta_C}$$

$$C_3 = C_1 / K_3$$

$$R_5 = K_3 \frac{\eta_R}{C_1 \omega_0}.$$

On dispose de deux degrés de liberté. On peut choisir de se donner  $C_1$  et  $\eta_C$  et de sélectionner ces deux paramètres en vue de minimiser la surface de silicium nécessaire à l'intégration et/ou le bruit et/ou la sensibilité active en fixant la charge de l'AOP. On notera que  $C_1$  fixe directement le niveau d'impédance.

- **Minimisation de l'aire résistive**

En dérivant l'expression de  $\eta_R$  on obtient une valeur analytique  $\eta_C = 1 + K_3$  minimisant l'étendue des résistances telle que

$$\eta_R = 4Q_0^2(1 + K_3).$$

Cette valeur annule l'indice de sensibilité passive  $S_{C_4}^{Q_0}$ .

- **Minimisation du bruit**

En écrivant l'expression du bruit sous la forme

$$V_{snr}^2 = K_3 \frac{1 + K_3 + \eta_C}{\eta_C} \left( (1 + \eta_C) Q_0^2 + 1 \right) \frac{K_B T_K}{C_1}$$

pour la valeur particulière  $\eta_C = 1 + K_3$  minimisant la surface résistive, on détermine

$$V_{snr}^2 = 2K_3(Q_0^2(2 + K_3) + 1) \frac{K_B T_K}{C_1}.$$

Le gain de la cellule et le coefficient de qualité étant donnés, une minimisation du bruit implique une forte valeur de  $C_1$ .

### 3.4 Prise en compte des spécifications de l'AOP

L'amplificateur opérationnel étant modélisé par un modèle source de tension à un pôle, on détermine la fonction de transfert

$$T(p) = - \frac{\frac{C_1}{C_3} p^2}{\frac{\alpha}{\omega_T} p^3 + (1 + \frac{\beta}{\omega_T} + \frac{\alpha}{A_0}) p^2 + (\frac{\omega_0}{Q_0} + \frac{\omega_0^2}{\omega_T} + \frac{\beta}{A_0}) p + (1 + \frac{1}{A_0}) \omega_0^2}$$

avec :

$$\alpha = 1 + K_3 \left( 1 + \frac{C_e}{C_1} \frac{1 + K_3 + \eta_c}{\eta_c} \right)$$

$$\beta = \omega_0 (\eta_c + K_3 \frac{C_e}{C_1}).$$

Par réduction du dénominateur du troisième degré en polynôme du deuxième degré par l'algorithme de Friedman, on peut déterminer l'erreur commise sur la pulsation de résonance, le coefficient de qualité et le gain à la fréquence de résonance. Toutefois, la nature de la fonction réalisée est profondément modifiée en hautes fréquences puisqu'elle a tendance à s'atténuer au lieu d'être constante. La fonction passe-haut est très fortement sensible à la fréquence de transition de l'amplificateur opérationnel, pratiquement on est conduit à utiliser un rapport  $F_T/F_0 \gg 1000$ .

### 3.5 Prise en compte des effets distribués des résistances

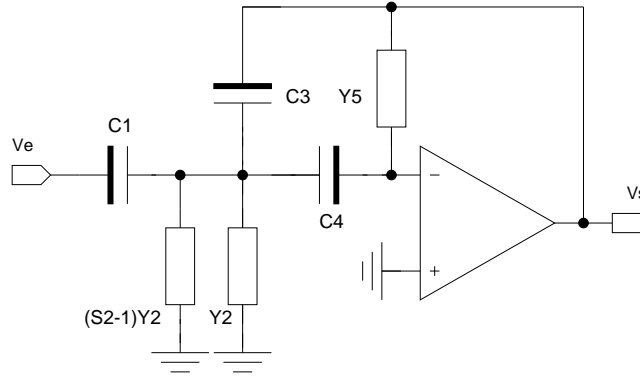


FIGURE 12 –

*Modèle de calcul de la cellule de Rauch passe-haut distribuée*

Comme pour le passe-bas, une prise en compte des effets distribués des résistances peut être réalisée à partir du modèle de calcul de la *figure 12*. Elle conduit à la fonction de transfert

$$T(p) = - \frac{\frac{C_1}{C_3} p^2}{p^2 + \frac{Y_{c5}}{\sinh \sqrt{\tau_5} p} \left( \frac{C_1}{C_3 C_4} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} \right) p + \frac{Y_{c5}}{\sinh \sqrt{\tau_5} p} \frac{Y_{c2} \coth \sqrt{\tau_2} p}{C_3 C_4}}$$

Pour une fréquence de fonctionnement telle que  $\omega \ll \omega_d = 1/\tau$  la fonction de transfert peut être formellement approximée au premier ordre par la fonction de transfert d'ordre 4

$$\frac{Vs}{Ve} = -\frac{\frac{C_1}{C_3}p^2(1 + \frac{\tau_2}{6}p)(1 + \frac{\tau_5}{6}p)}{a_4p^4 + a_3p^3 + a_2p^2 + a_1p + a_0}$$

avec

$$\begin{aligned} a_4 &= \frac{\tau_2 \tau_5}{6 \cdot 6} \\ a_3 &= \frac{\tau_2}{6} + \frac{\tau_5}{6} \\ a_2 &= 1 + \frac{\omega_0 \tau_2}{Q_0 \cdot 6} \\ a_1 &= \frac{\omega_0}{Q_0} + \frac{\tau_2 \omega_0^2}{6} \\ a_0 &= \omega_0^2. \end{aligned}$$

Par réduction du dénominateur du quatrième degré en polynome du second degré par l'algorithme de Friedman, on peut déterminer l'erreur commise sur le coefficient de qualité, la pulsation de résonance. Toutefois, la fonction passe-haut est très sensible aux effets capacitifs répartis en présentant un phénomène de surtension (très arrondi) au voisinage de la pulsation de résonance très difficile à corriger uniquement à partir du dénominateur. Pratiquement, la gamme de fréquence de travail est limitée à  $\omega \ll 20\omega_d$ .

### 3.6 Prise en compte des capacités parasites

Contrairement à la cellule passe-bas, la cellule de Rauch passe-haut est sujette à l'influence des capacités parasites qui ne peuvent pas être intégrées dans les valeurs des condensateurs puisque toutes ces capacités parasites correspondent à un condensateur  $C_2$  en parallèle sur la résistance  $R_2$ . Ainsi, la fonction de transfert "physique" s'écrivant

$$\frac{Vs}{Ve} = -\frac{\frac{C_1}{C_3}p^2}{p^2 + G_5(\frac{C_1+C_2}{C_3C_4} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4})p + \frac{G_2G_5}{C_3C_4}}$$

un biais systématique sur la valeur du coefficient de qualité est généré. Sachant que la capacité  $C_2$  a essentiellement pour origine les capacités plaque supérieure-substrat des condensateurs (si les connexions des plaques inférieures sont celles de la *figure 11*) et la capacité localisée et répartie de la résistance  $R_2$ . Avec

$$Q_0(\text{physique}) = \frac{Q_0(\text{nominal})}{1 + \frac{C_2}{C_1+C_3+C_4}}$$

ce biais, compensable nominalement par prédistorsion de la fonction de transfert, peut correspondre à une minoration de qqs % du coefficient de qualité effectivement réalisé.

### 3.7 La cellule passe-haut différentielle

La cellule passe-haut différentielle est directement dérivée du circuit de la *figure 2*, elle est représentée sur la *figure 13*.

### 3.8 Utilisation de la cellule passe-haut

De part sa sensibilité aux spécifications de l'amplificateur opérationnel et aux capacités distribuées, la cellule de Rauch passe-haut est peu utilisée en microélectronique et limitée à des applications basses fréquences.

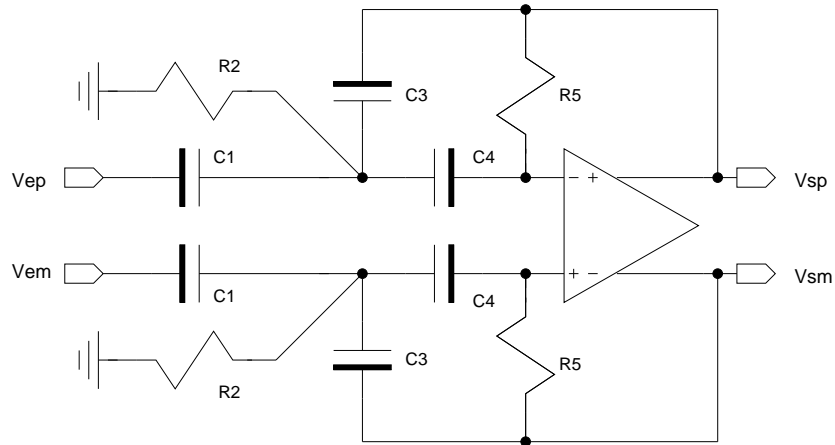


FIGURE 13 – Cellule de Rauch passe-haut différentielle

## 4 La cellule passe-bande R.C

Avec  $Y_1 = G_1$ ,  $Y_2 = G_2$ ,  $Y_3 = C_3p$ ,  $Y_4 = C_4p$  et  $Y_5 = G_5$ , le circuit de la *figure 14* réalise la fonction de transfert passe-bande

$$\frac{V_s}{V_e} = -\frac{\frac{G_1}{C_3}p}{p^2 + G_5 \frac{C_3+C_4}{C_3C_4}p + G_5 \frac{G_1+G_2}{C_3C_4}}$$

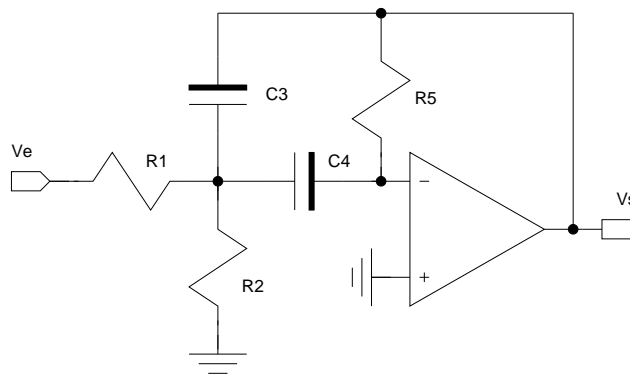


FIGURE 14 – Cellule de Rauch passe-bande

### 4.1 Equations de synthèse

Par identification terme à terme avec la forme canonique passe-bande

$$T(p) = \frac{K_2 \frac{\omega_0}{Q_0} p}{p^2 + p \frac{\omega_0}{Q_0} + \omega_0^2}$$

au signe près pour le gain statique  $K_2$ , on obtient le jeu d'équations de synthèse

$$K_2 = \frac{G_1}{G_5} \frac{C_4}{C_3+C_4}$$



$$\omega_0 = \sqrt{G_5 \frac{G_1 + G_2}{C_3 C_4}}$$

$$Q_0 = \frac{\sqrt{\frac{C_4}{C_3} \frac{G_1 (1 + \frac{G_2}{G_1})}{G_5}}}{1 + \frac{C_4}{C_3}}.$$

## 4.2 Indices de performance

### - Sensibilités passives

A partir des équations de synthèse, on détermine les différents indices

$$S_{R_1}^{K_2} = -1 \quad S_{R_5}^{K_2} = 1 \quad S_{C_4}^{K_2} = 1 - \frac{C_4}{C_3 + C_4} \quad S_{C_3}^{K_2} = \frac{C_3}{C_3 + C_4}$$

$$S_{C_3, C_4, R_5}^{\omega_0} = -1/2 \quad S_{R_1}^{\omega_0} = -\frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad S_{R_2}^{\omega_0} = -\frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$S_{R_1}^{Q_0} = -\frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad S_{R_2}^{Q_0} = -\frac{1}{2} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$S_{C_3}^{Q_0} = -\frac{1}{2} + \frac{C_4}{C_3 + C_4} \quad S_{C_4}^{Q_0} = \frac{1}{2} - \frac{C_4}{C_3 + C_4}.$$

Comme les autres cellules, la cellule passe-bande est une structure à faibles sensibilités passives.

### - Surface d'intégration

Le rapport des résistances  $(G_1 + G_2)/G_5$  étant proportionnel au carré du coefficient de qualité, pour la synthèse de fonction de transfert d'ordre élevé, la cellule peut rapidement conduire à des aires de silicium prohibitives si on ne dispose pas de résistances à haute densité résistive et à des effets distribués très prononcés.

### - Bruit

La puissance de bruit inhérent en sortie de la cellule passe-bande a pour expression [?]

$$V_{snr^2} = K_B T_K \omega_0 Q_0 \left( \frac{R_1 K_2^2}{Q_0^2} \left( 1 + \frac{R_1}{R_2} \right) + R_5 \left( 1 + \frac{1}{Q_0^2} \right) \right).$$

## 4.3 Détermination des composants

En introduisant le paramètre intermédiaire  $\eta_R = (G_1 + G_2)/G_5$  qui fixe l'étendue des résistances et le paramètre intermédiaire  $\eta_C = \frac{C_4}{C_3}$  qui règle l'étendue des capacités, à partir des équations de synthèse on obtient le jeu de valeurs

$$\eta_R = Q_0^2 \frac{(1 + \eta_C)^2}{\eta_C}$$

$$R_5 = \frac{\sqrt{\frac{\eta_R}{\eta_C}}}{C_3 \omega_0}$$

$$R_1 = \frac{R_5 \eta_C}{K_2 (1 + \eta_C)}.$$

On dispose de deux degrés de liberté. Ainsi, avec

$$Q_0^2 (1 + \eta_C) > K_2$$

on peut choisir de se donner  $C_3$  et  $\eta_C$  et de sélectionner ces deux paramètres en vue de minimiser la surface de silicium nécessaire à l'intégration et/ou le bruit et/ou la sensibilité active en fixant la charge de l'AOP. Sinon, on minimise le nombre de résistances en se donnant  $G_2 = 0$ , ce qui conduit à prendre pour  $C_4$  la valeur

$$C_4 = C_3 \left( \frac{K_2}{Q_0^2} - 1 \right).$$

Dans les deux cas, le condensateur  $C_3$  fixe directement le niveau d'impédance.

#### - Minimisation de l'aire résistive

Si la valeur du gain statique et la valeur du coefficient de qualité le permet, en dérivant l'expression de  $\eta_R$  on obtient une valeur analytique  $\eta_C = 1$  minimisant l'étendue des résistances telle que

$$\eta_R = 4Q_0^2.$$

Cette valeur annule les indices de sensibilité passive  $S_{C_3}^{Q_0}$  et  $S_{C_4}^{Q_0}$ .

#### - Minimisation du bruit

En écrivant l'expression du bruit sous la forme

$$V_{snr^2} = Q_0^2 (1 + \eta_C) \left( 1 + \frac{1}{\eta_C} \left( 1 + \frac{1}{Q_0^2} \right) \frac{K_B T_K}{C_3} \right)$$

pour la valeur particulière  $\eta_C = 1$  minimisant la surface résistive, on détermine

$$V_{snr^2} = 2Q_0^2 \left( 2 + \frac{1}{Q_0^2} \right) \frac{K_B T_K}{C_3}.$$

qui s'écrit pour  $Q_0 \gg 1$

$$V_{snr^2} = 4Q_0^2 \frac{K_B T_K}{C_3}.$$

Le gain de la cellule et le coefficient de qualité étant donné, une minimisation du bruit implique une forte valeur de  $C_3$ .

## 4.4 Prise en compte des spécifications de l'AOP

L'amplificateur opérationnel étant modélisé par un modèle source de tension à un pôle, on détermine la fonction de transfert

$$T(p) = - \frac{\frac{G_1}{C_3}}{\frac{\alpha}{\omega_T} p^3 + \left( 1 + \frac{\beta}{\omega_T} + \frac{\alpha}{A_0} \right) p^2 + \left( \frac{\omega_0}{Q_0} + \frac{\omega_0^2}{\omega_T} + \frac{\beta}{A_0} \right) p + \left( 1 + \frac{1}{A_0} \right) \omega_0^2}$$

avec :

$$\alpha = 1 + C e \frac{C_3 + C_4}{C_3 C_4}$$

$$\beta = \frac{(G_1 + G_2)(C e + C_4) + G_5(C_3 + C_4)}{C_3 C_4}.$$

Par réduction du dénominateur du troisième degré en polynôme du deuxième degré par l'algorithme de Friedman, on peut déterminer l'erreur commise sur la pulsation de résonance, le coefficient de qualité et le gain à la fréquence de résonance, et effectuer ainsi un centrage de la fonction de transfert compte tenu des spécifications de l'amplificateur opérationnel.

## 4.5 Prise en compte des effets distribués des résistances

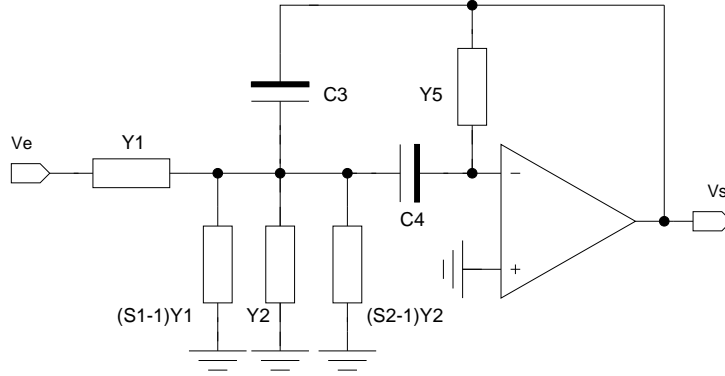


FIGURE 15 –

*Modèle de calcul de la cellule de Rauch passe-bande distribuée*

Comme pour le passe-bas, une prise en compte des effets distribués des résistances peut être réalisée à partir du modèle de calcul de la *figure 15*. Elle conduit à la fonction de transfert

$$T(p) = - \frac{\frac{Y_{c1}}{\sinh \sqrt{\tau_1 p}} \frac{p}{C_3}}{p^2 + \left( \frac{Y_{c5}}{\sinh \sqrt{\tau_5 p}} \frac{C_3 + C_4}{C_3 C_4} \right) p + \frac{Y_{c5}}{\sinh \sqrt{\tau_5 p}} \frac{Y_{c1} \coth \sqrt{\tau_1 p} + Y_{c2} \coth \sqrt{\tau_2 p}}{C_3 C_4}}.$$

Pour une fréquence de fonctionnement telle que  $\omega \ll \omega_d = 1/\tau$  la fonction de transfert peut être formellement approximée au premier ordre par la fonction de transfert d'ordre 5

$$\frac{V_s}{V_e} = - \frac{\frac{G_{T1}}{C_3} p \left(1 + \frac{\tau_2 p}{6}\right) \left(1 + \frac{\tau_5 p}{6}\right)}{a_5 p^5 + a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0}$$

avec

$$\begin{aligned} a_5 &= \frac{\tau_1}{6} \frac{\tau_2}{6} \frac{\tau_5}{6} \\ a_4 &= \frac{\tau_1}{6} \frac{\tau_2}{6} + \frac{\tau_5}{6} \left( \frac{\tau_1}{6} + \frac{\tau_2}{6} \right) \\ a_3 &= \frac{\tau_1}{6} + \frac{\tau_2}{6} + \frac{\tau_5}{6} + G_{T5} \frac{C_3 + C_4}{C_3 C_4} \left( \frac{\tau_1}{6} \frac{\tau_2}{6} \right) \\ a_2 &= 1 + G_{T5} \frac{C_3 + C_4}{C_3 C_4} \left( \frac{\tau_1}{6} + \frac{\tau_2}{6} \right) + \frac{G_{T1} G_{T5}}{C_3 C_4} \frac{\tau_1}{2} \frac{\tau_2}{6} + \frac{G_{T2} G_{T5}}{C_3 C_4} \frac{\tau_1}{6} \frac{\tau_2}{2} \\ a_1 &= G_{T5} \frac{C_3 + C_4}{C_3 C_4} + \frac{G_{T1} G_{T5}}{C_3 C_4} \left( \frac{\tau_1}{2} + \frac{\tau_2}{6} \right) + \frac{G_{T2} G_{T5}}{C_3 C_4} \left( \frac{\tau_1}{6} + \frac{\tau_2}{2} \right) \\ a_0 &= \frac{G_{T5} (G_{T1} + G_{T2})}{C_3 C_4}. \end{aligned}$$

Par réduction du dénominateur du cinquième degré en polynôme du second degré par l'algorithme de Friedman, on peut déterminer l'erreur commise sur le coefficient de qualité, la pulsation de résonance et le gain à  $F_0$ , et effectuer un centrage nominal de la fonction de transfert. Un développement limité au deuxième ordre conduirait à une fonction de transfert de degré huit avec une meilleure précision sur le centrage de la fonction de transfert ( $\omega \approx qqs \omega_d$ ).

## 4.6 Prise en compte des capacités parasites

Comme la cellule passe-haut, la cellule passe-bande est sujette à l'influence des capacités parasites structurales qui ne peuvent pas être intégrées dans les valeurs des condensateurs. Toutes ces capacités parasites correspondent à un condensateur  $C_2$  en parallèle sur la résistance  $R_2$ . La fonction de transfert "physique" s'écrivant

$$\frac{V_s}{V_e} = - \frac{\frac{G_1}{C_3} p}{p^2 + G_5 \left( \frac{C_2 + C_3 + C_4}{C_3 C_4} \right) p + G_5 \frac{G_1 + G_2}{C_3 C_4}}$$

un biais systématique sur la valeur du coefficient de qualité et le gain statique est généré. Avec

$$Q_0(\text{physique}) = \frac{Q_0(\text{nominal})}{1 + \frac{C_2}{C_3 + C_4}}$$

et

$$K_2(\text{physique}) = \frac{K_2(\text{nominal})}{1 + \frac{C_2}{C_3 + C_4}}$$

ce biais peut correspondre à une minoration de qq% du coefficient de qualité et du gain statique effectivement réalisés. La capacité parasite  $C_2$ , étant connue, le biais peut être nominalement corrigé.

## 4.7 La cellule passe-bande différentielle

La cellule passe-bande différentielle directement dérivée du circuit de la *figure 2*, est représentée sur la *figure 16*.

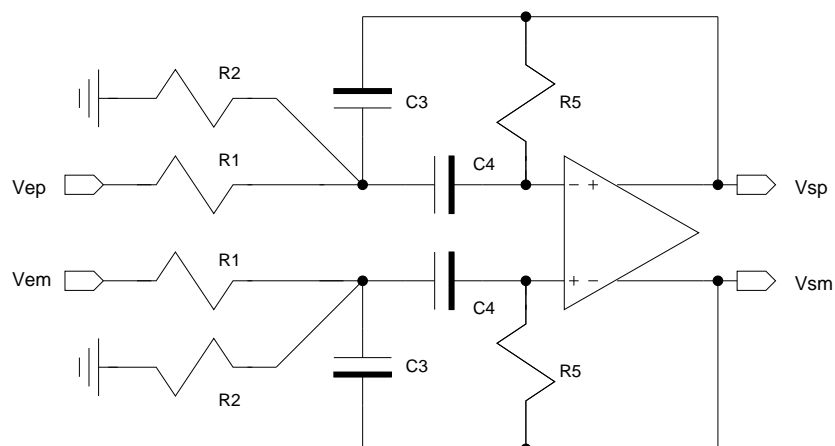


FIGURE 16 – Cellule de Rauch passe-bande différentielle

## 4.8 Utilisation de la cellule passe-bande

En règle générale, les spécifications demandées sur le filtrage passe-bande font que les cellules sont caractérisées par un coefficient de qualité très supérieur à l'unité et une fréquence de résonance devant être fixée avec précision. De part son étendue des résistances proportionnelle au carré du coefficient de qualité, la cellule passe-bande de

Rauch présente des effets parasites associés importants qui seront très difficilement corrigés par un circuit de réglage automatique. De ce fait, elle est très rarement utilisée en microélectronique.

## 5 Les cellules RC du troisième ordre

### 5.1 La cellule passe-bas

#### - Cellule nominale

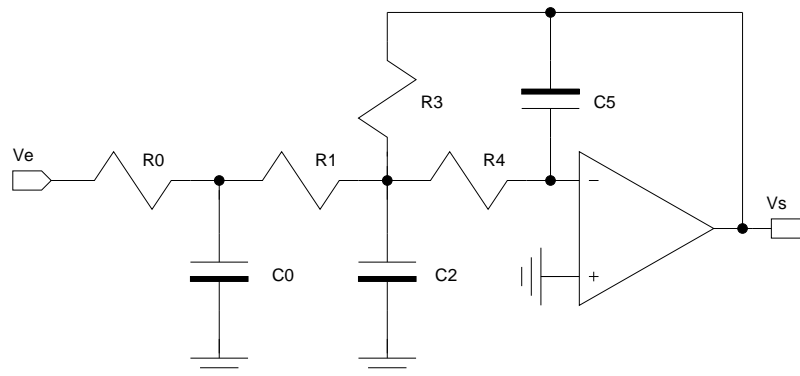


FIGURE 17 – Cellule de Rauch passe-bas d'ordre 3

Une cellule de Rauch passe-bas du troisième ordre peut directement être obtenue en plaçant un circuit RC passif d'ordre un en tête de la cellule du deuxième ordre. Ce faisant, on obtient la cellule de la *figure 17* qui a pour fonction de transfert nominale

$$\frac{V_s}{V_e} = - \frac{\frac{G_0 G_1 G_4}{C_0 C_2 C_5}}{p^3 + \left( \frac{G_0 + G_1}{C_0} + \frac{G_1 + G_3 + G_4}{C_2} \right) p^2 + \left( \frac{G_0 (G_1 + G_3 + G_4)}{C_0 C_2} + \frac{G_1 (G_3 + G_4)}{C_0 C_2} + \frac{G_3 G_4}{C_2 C_5} \right) p + \frac{G_3 G_4 (G_0 + G_1)}{C_0 C_2 C_5}}$$

Disposant de trois degrés de liberté pour résoudre le système de quatre équations non linéaires correspondant à la détermination des quatre paramètres de la forme du troisième ordre

$$T(p) = \frac{K_1 b_0}{p^3 + b_2 p^2 + b_1 p + b_0}$$

on peut se donner  $C_5$  pour fixer le niveau d'impédance (donc le bruit passif), imposer  $C_0 = C_2$  et minimiser l'étendue des capacités  $C_2/C_5$ . Une cellule passe-bas à sortie différentielle, peut être directement synthétisée selon les principes utilisés pour la cellule passe-bas différentielle d'ordre deux.

#### - Prise en compte des spécifications de l'AOP

Comme pour la cellule de Rauch du deuxième ordre, l'amplificateur opérationnel étant modélisé par un modèle source de tension à un pôle, on détermine la fonction de transfert

$$T(p) = \frac{K_1 b_0}{\frac{\epsilon}{\omega_T} p^4 + \left( 1 + \frac{\epsilon}{A_0} + \frac{\alpha}{\omega_T} \right) p^3 + \left( b_2 + \frac{\alpha}{A_0} + \frac{\beta}{\omega_T} \right) p^2 + \left( b_1 + \frac{\beta}{A_0} + \frac{\gamma}{\omega_T} \right) p + \left( b_0 + \frac{\gamma}{A_0} \right)}$$

avec :

$$\epsilon = 1 + \frac{C_e}{C_5}$$

$$\alpha = \left(1 + \frac{C_e}{C_5}\right) \left(\frac{G_0+G_1}{C_0} + \frac{G_1+G_3+G_4}{C_2}\right) + \frac{G_4}{C_5}$$

$$\beta = \frac{1+C_e/C_5}{C_0C_2} (G_0(G_1+G_3+G_4) + G_1(G_3+G_4)) + \frac{G_4}{C_0C_2C_5} (C_2(G_0+G_1) + C_0(G_1+G_3))$$

$$\gamma = \frac{G_4}{C_0C_2C_5} (G_0(G_1+G_3) + G_1G_3).$$

Par réduction du dénominateur du quatrième degré en polynôme du troisième degré par l'algorithme de Friedman, on peut déterminer l'erreur commise sur les différents coefficients de la fonction de transfert et effectuer un centrage nominal.

### - Prise en compte des effets distribués des résistances

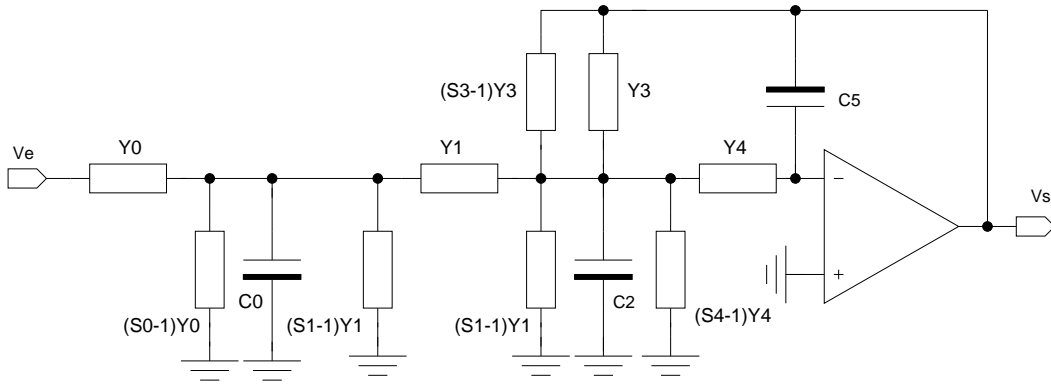


FIGURE 18 –

*Modèle de calcul de la cellule de Rauch passe-bas distribuée d'ordre trois*

Une prise en compte des effets distribués des résistances peut être réalisée à partir du modèle de calcul de la *figure 18*. Elle conduit à la fonction de transfert

$$T(p) = - \frac{1}{C_0C_2C_5} \frac{Y_{c0}}{\sinh \sqrt{\tau_0 p}} \frac{Y_{c1}}{\sinh \sqrt{\tau_1 p}} \frac{Y_{c4}}{\sinh \sqrt{\tau_4 p}}}{p^3 + \beta_2 p^2 + \beta_1 p + \beta_0}$$

avec :

$$\beta_2 = \frac{Y_{c0} \coth \sqrt{\tau_0 p} + Y_{c1} \coth \sqrt{\tau_1 p}}{C_0} + \frac{Y_{c1} \coth \sqrt{\tau_1 p} + Y_{c3} \coth \sqrt{\tau_3 p} + Y_{c4} \coth \sqrt{\tau_4 p}}{C_2}$$

$$\beta_1 = \frac{Y_{c0} \coth \sqrt{\tau_0 p}}{C_0 C_2} (Y_{c1} \coth \sqrt{\tau_1 p} + Y_{c3} \coth \sqrt{\tau_3 p} + Y_{c4} \coth \sqrt{\tau_4 p})$$

$$+ \frac{Y_{c1} \coth \sqrt{\tau_1 p}}{C_0 C_2} (Y_{c3} \coth \sqrt{\tau_3 p} + Y_{c4} \coth \sqrt{\tau_4 p}) + \frac{Y_{c1}^2}{C_0 C_2} + \frac{Y_{c3} \coth \sqrt{\tau_3 p} \frac{Y_{c4}}{\sinh \sqrt{\tau_4 p}}}{C_2 C_5}$$

$$\beta_0 = Y_{c3} \coth \sqrt{\tau_3 p} \frac{Y_{c4}}{\sinh \sqrt{\tau_4 p}} \frac{Y_{c0} \coth \sqrt{\tau_0 p} + Y_{c1} \coth \sqrt{\tau_1 p}}{C_0 C_2 C_5}.$$

Comme pour la cellule du deuxième ordre, il est possible d'effectuer un développement limité des fonctions transcendentes, ce qui nous conduit à un dénominateur d'ordre huit pour un développement au premier ordre et d'ordre onze pour un développement au deuxième ordre, et en déduire un équivalent du troisième ordre. Toutefois, malgré une bonne convergence de l'algorithme de Friedman, on peut observer une très mauvaise

prise en compte des effets capacitifs répartis (contrairement à la cellule d'ordre deux). Très probablement que malgré une mise en place correcte des trois pôles dominants, la cellule de Rauch d'ordre trois est très sensible aux autres pôles parasites.

### - Utilisation de la cellule

Pour la réalisation d'une fonction de transfert du troisième ordre, comparative-ment à la mise en cascade d'une cellule d'ordre deux et d'ordre un, la cellule d'ordre trois permet une minimisation du nombre d'amplificateur opérationnel, toutefois, elle est nettement plus sensible aux spécifications de l'élément actif et plus délicate à corriger. D'autre part, si elle est caractérisée par un meilleur taux de distorsion harmonique (le signal sur l'entrée sur l'AOP est atténué par le passe bas passif  $R_0C_0$ ) elle nécessite une plus grande surface de silicium (notamment capacitive) pour l'intégration des composants passifs.

## 5.2 La cellule passe-haut

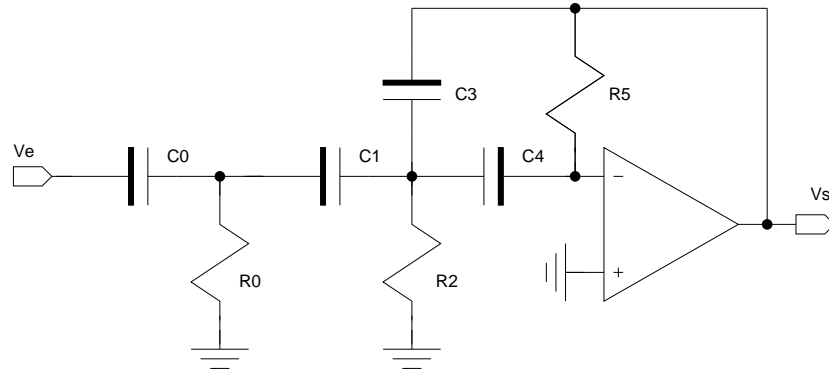


FIGURE 19 – Cellule de Rauch passe-haut d'ordre 3

La cellule passe-haut duale de la cellule passe-bas est représentée sur *figure 19*. Elle a pour fonction de transfert

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{-\frac{C_0 C_1}{C_3(C_0 + C_1)} p^3}{p^3 + \left(\frac{G_5 C_0 (C_1 + C_3 + C_4)}{C_3 C_4 (C_0 + C_1)} + \frac{G_5 C_1 (C_3 + C_4)}{C_3 C_4 (C_0 + C_1)} + \frac{G_0}{C_0 + C_1}\right) p^2 + \left(\frac{G_2 G_5}{C_3 C_4} + \frac{G_0 G_5 (C_1 + C_3 + C_4)}{C_3 C_4 (C_0 + C_1)}\right) p + \frac{G_0 G_2 G_5}{C_3 C_4 (C_0 + C_1)}}.$$

Les trois degrés de liberté permettant de résoudre le système d'équations non linéaires peuvent être utilisés en se donnant  $R_5$  pour fixer le niveau d'impédance (bruit passif), en s'imposant  $R_0 = R_2$  et minimisant l'étendue des résistances  $R_2/R_5$ .

Une cellule passe-haut à sortie différentielle, peut être directement synthétisée selon les principes utilisés pour la cellule passe-haut différentielle d'ordre deux.

## 6 Les cellules de Rauch MRC

### 6.1 Cellules d'ordre deux

#### 6.1.1 Constitution

La cellule MRC (MOS résistif et condensateur) passe-bas non différentielle de la *figure 20* est directement obtenue en remplaçant les résistances de la cellule RC par un

transistor MOS (de type P ou N). La tension VG est la tension de réglage permettant l'obtention de la valeur résistive désirée.

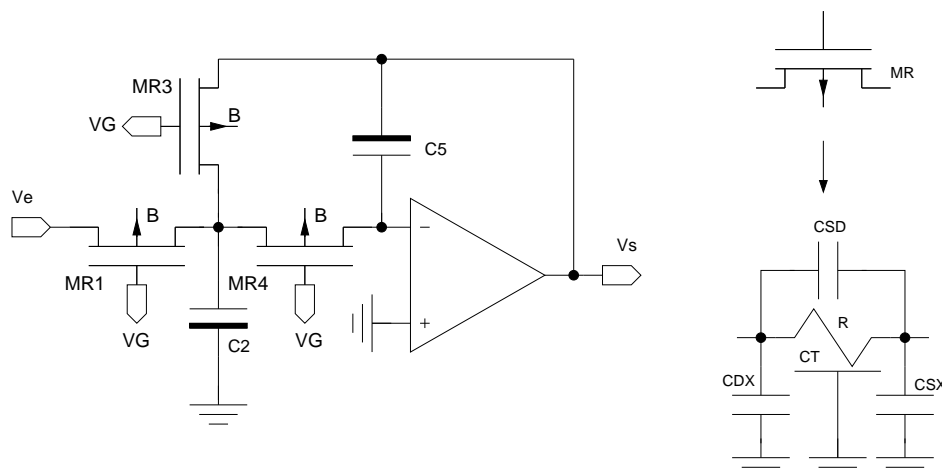


FIGURE 20 –

*La cellule de Rauch MRC passe-bas d'ordre deux à sortie simple*

En terme d'éléments capacitifs parasites [apportés par les transistors](#)

, les effets distribués ( $C_T$ ) peuvent formellement être pris en compte comme pour les résistances de la cellule RC, la valeur des capacités extrinsèques localisées CDX (CSX) peuvent être intégrés dans la valeur de C2, quant aux capacités actives localisées CSD normalement négatives (les transistors sont normalement en forte inversion et en régime ohmique), elles peuvent être compensées physiquement par un condensateur en parallèle sur chaque MOS résistif, ou corrigées analytiquement (et approximativement) en considérant la fonction de transfert correspondante

$$\frac{Vs}{Ve} = \frac{Csd_1 Csd_4 p^2 + (Csd_1 G_4 + Csd_4 G_1) p + G_1 G_4}{ap^2 + bp + c}$$

avec :

$$\begin{aligned} a &= Csd_3 Csd_4 + C_5 (C_2 + Csd_1 + Csd_3 + Csd_4) \\ b &= C_5 (G_1 + G_3 + G_4) + Csd_3 G_4 + Csd_4 G_3 \\ c &= G_3 G_4. \end{aligned}$$

Pour ce faire, on devra considérer les paramètres intermédiaires

$$\omega_0(\text{physique}) = \frac{\omega_0(\text{nominale})}{1 + \frac{Csd_3 Csd_4 + C_5 (Csd_1 + Csd_3 + Csd_4)}{C_2 C_5}}$$

et

$$Q_0(\text{physique}) = Q_0(\text{nominal}) \frac{\sqrt{1 + \frac{Csd_3 Csd_4}{C_2 C_5} + \frac{Csd_1 + Csd_3 + Csd_4}{C_2}}}{1 + \frac{\frac{Csd_3 G_4 + Csd_4}{C_5 G_3} + \frac{C_5}{1 + \frac{G_1}{G_3} + \frac{G_4}{G_3}}}}.$$

Le dénominateur étant uniquement considéré et les dispersions technologiques entre capacité active et capacité passive étant fortement décorrélées (la compensation physique



est dans le même cas) la correction (à la fréquence de résonance) ne peut être exactement réalisée.

La synthèse des autres cellules de Rauch MRC à sortie différentielle ou non est directe. Toutefois, le MOS résistif étant par nature un dispositif fortement non-linéaire, il est souvent impératif d'utiliser une cellule différentielle pour s'affranchir des distorsions harmoniques de rang pair. D'autre part, étant sujet aux effets capacitifs répartis, les cellules passe-haut et passe-bande de Rauch MRC sont d'un intérêt limité en microélectronique.

## 6.2 Cellules d'ordre trois

### 6.2.1 Constitution

La cellule MRC passe-bas non différentielle du troisième ordre est représentée sur la *figure 21*.

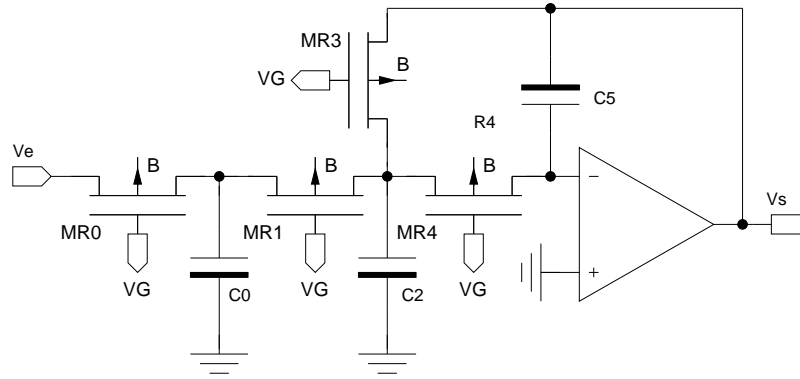


FIGURE 21 –

*La cellule de Rauch MRC passe-bas d'ordre trois à sortie simple*

Comme pour la cellule passe-bas d'ordre deux, en terme d'éléments capacitifs parasites apportés par les transistors, les effets distribués ( $C_T$ ) peuvent formellement être pris en compte comme pour les résistances de la cellule RC, la valeur des capacités extrinsèques localisées CDX (CSX) peuvent être intégrés dans les valeur de  $C_0$  et  $C_2$ , et les capacités actives localisées CSD peuvent être compensées physiquement par un condensateur en parallèle sur chaque MOS résistif, ou corrigées analytiquement (et approximativement) en considérant la fonction de transfert modifiée

$$T(p) = \frac{(G_0 + Csd_0 p)(G_1 + Csd_1 p)(G_4 + Csd_4 p)}{C_0 C_2 C_3} \frac{1}{(1 + \epsilon_3)p^3 + (b_2 + \epsilon_2)p^2 + (b_1 + \epsilon_1)p + b_0}$$

avec :

$$\begin{aligned} \epsilon_3 &= \frac{Csd_0 + Csd_1}{C_0} + \frac{Csd_1 + Csd_3 + Csd_4}{C_2} + \frac{Csd_0(Csd_1 + Csd_3 + Csd_4)}{C_0 C_2} \\ &\quad + \frac{Csd_1(Csd_3 + Csd_4)}{C_0 C_2} + \frac{Csd_3 Csd_4}{C_2 C_5} + \frac{Csd_3 Csd_4 (Csd_0 + Csd_2)}{C_0 C_2 C_5} \\ \epsilon_2 &= \frac{Csd_0(G_1 + G_3 + G_4)}{C_0 C_2} + \frac{G_0(Csd_1 + Csd_3 + Csd_4)}{C_0 C_2} + \frac{G_1(Csd_3 + Csd_4)}{C_0 C_2} + \frac{(G_3 + G_4)Csd_1}{C_0 C_2} \\ &\quad + \frac{G_3 Csd_4 + G_4 Csd_3}{C_2 C_5} + \frac{(G_0 + G_1)Csd_3 Csd_4 + (G_3 Csd_4 + G_4 Csd_3)(Csd_0 + Csd_1)}{C_0 C_2 C_5} \\ \epsilon_1 &= \frac{G_3 G_4 (Csd_0 + Csd_1) + (G_0 + G_1)(G_3 Csd_4 + G_4 Csd_3)}{C_0 C_2 C_5} \end{aligned}$$

## Références